

■ Opgave 1

Met domein \mathbb{R} zijn gegeven de functies

$$f : x \rightarrow (x^2 - 4)(2x + 1) \text{ en } g : x \rightarrow x^2 - 4$$

7p 1 □ Onderzoek f en teken de grafiek van f in een rechthoekig assenstelsel Oxy .

4p 2 □ Los op: $f(x) > g(x)$.

De lijn met vergelijking $x = p$ met $p \in \langle -2, 0 \rangle$ snijdt de grafiek van f in A en de grafiek van g in B .

7p 3 □ Bereken de waarden van p waarvoor de oppervlakte van driehoek OAB gelijk is aan 3.

Met domein \mathbb{R} zijn nu voor elke $a > 0$ gegeven de functies

$$f_a : x \rightarrow (ax^2 - 4)(2x + 1) \text{ en } g_a : x \rightarrow ax^2 - 4$$

De grafieken van f_a en g_a hebben drie gemeenschappelijke punten en sluiten twee vlakdelen V_1 en V_2 in.

6p 4 □ Bewijs dat de oppervlakten van V_1 en V_2 gelijk zijn.

■ Opgave 2

Een kromme K is gegeven door

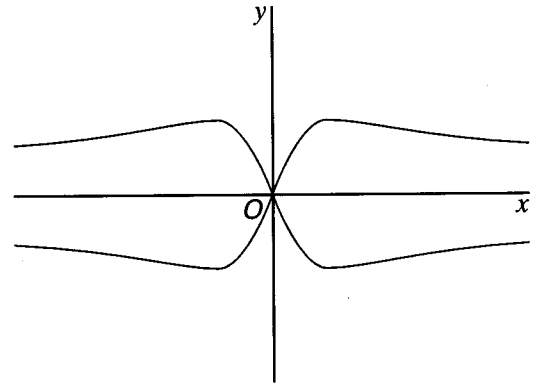
$$x = \frac{\cos t}{\sin^2 t} \text{ en } y = 2 \sin 2t$$

waarbij $t \in (0, 2\pi) \setminus \{\pi\}$.

In figuur 1 is K getekend.

K is symmetrisch in de x -as en in de y -as.

figuur 1



7 p 5 □ Bereken de coördinaten van de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan de x -as.

5 p 6 □ Bereken de hoek waaronder K zichzelf in O snijdt; rond je antwoord af op gehele graden.

De lijn $y = \frac{1}{2}x$ snijdt K behalve in O ook nog in de punten A en B .

De lijn $y = -\frac{1}{2}x$ snijdt K behalve in O ook nog in de punten C en D .

7 p 7 □ Bereken de oppervlakte van vierhoek $ACBD$.

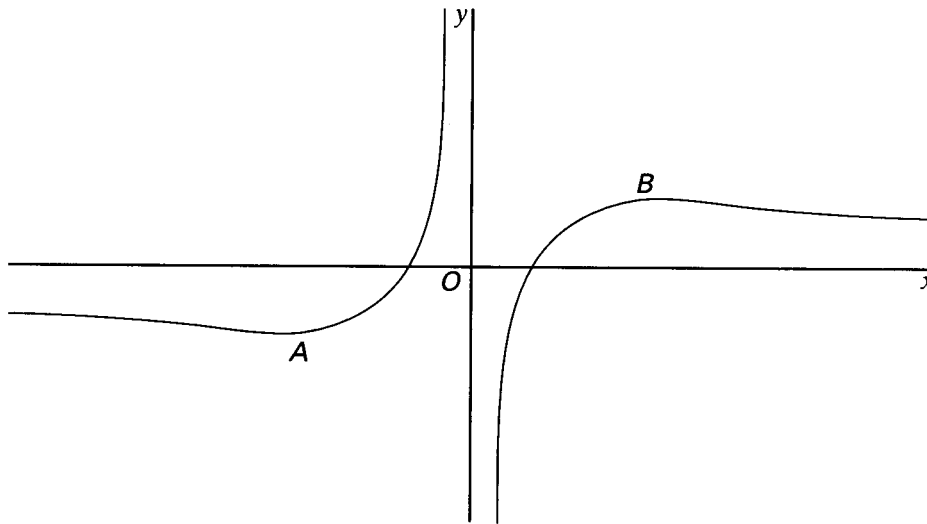
Opgave 3

De functie f is voor $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gegeven door

$$f : x \rightarrow \frac{4}{x}(\ln(x^2) - 1)$$

In figuur 2 is de grafiek van f getekend.

figuur 2



De punten A en B zijn de toppen van de grafiek van f .

- 6 p 8 Bereken de coördinaten van A en B .
- 6 p 9 Bereken de oppervlakte van het begrensde vlakdeel dat ingesloten wordt door de x -as, de lijn $x = e^2$ en de grafiek van f .
- 6 p 10 Bereken voor welke waarde(n) van m de lijn met vergelijking $y = mx$ de grafiek van f raakt.

Met domein $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ zijn de functies f_p gegeven door

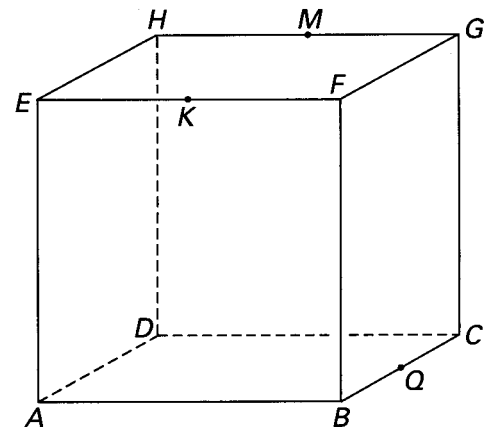
$$f_p : x \rightarrow \frac{4}{x}(\ln(x^2) + p) \text{ met } p \in \mathbb{R}.$$

- 5 p 11 Bewijs dat de toppen van de grafieken van de functies f_p liggen op de hyperbool met vergelijking $xy = 8$.

Opgave 4

In figuur 3 en op de bijlage is de kubus $ABCD.EFGH$ getekend. De ribben van de kubus hebben lengte 6.
 K is het midden van EF .
 M is het midden van HG .
 Q is het midden van BC .
 V is het vlak door B , E en M .

figuur 3



6 p 12 Bereken de oppervlakte van de doorsnede van V met de kubus.

V verdeelt de kubus in twee delen.

6 p 13 Bereken de inhoud van het deel waar het punt G hoekpunt van is.

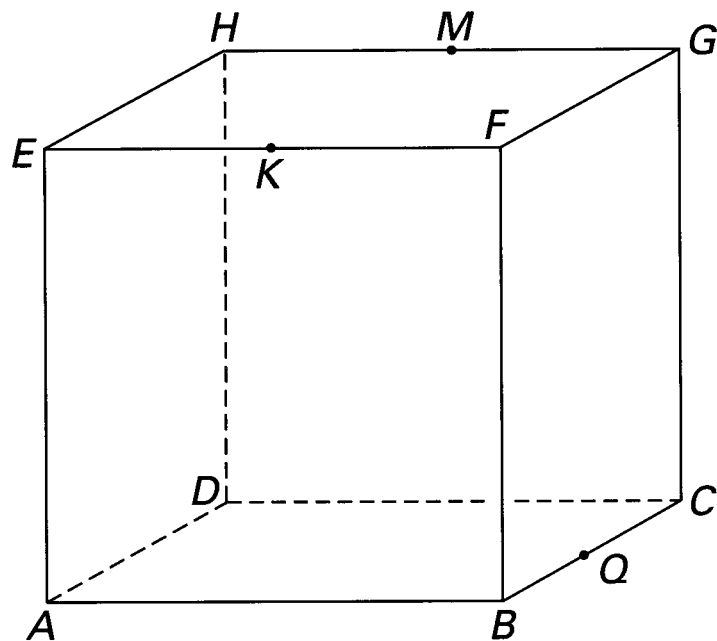
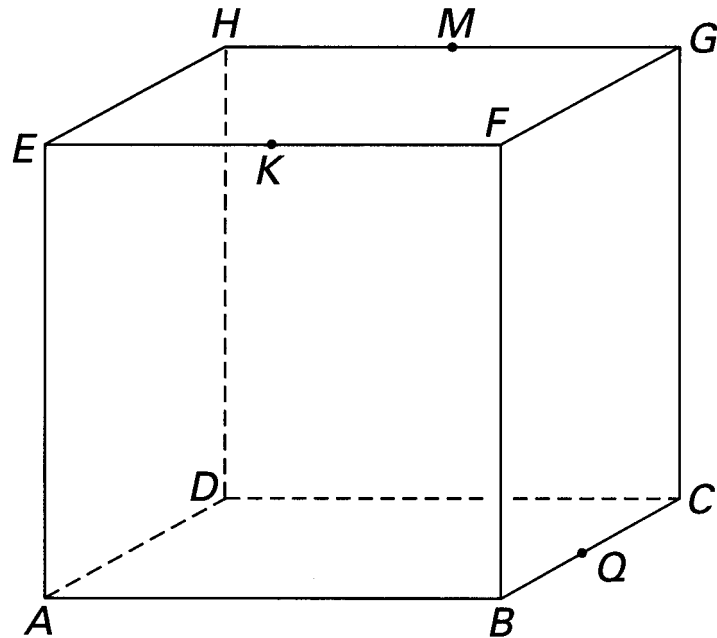
Beschouw de verzameling vlakken evenwijdig aan V , die de ribbe HG snijden. Het snijpunt van zo'n vlak met HG noemen we P , de lengte van HP noemen we p .

5 p 14 Onderzoek voor welke waarden van p zo'n vlak de kubus volgens een vierhoek snijdt.

Er zijn twee lijnen door Q die in het vlak AQG liggen en die KM op afstand 3 kruisen.

7 p 15 Teken in één van de figuren van de bijlage die twee lijnen. Licht je werkwijze toe.

Opgave 4



Opgave 4

