Eindexamen wiskunde B vwo 1994-II

Opgave 1

De functie f met domein $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ is gegeven door:

$$f\colon x \rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

11p **1** □ Onderzoek f en teken de grafiek van f.

V is het vlakdeel dat begrensd wordt door de grafiek van f en de lijn $y = 1\frac{1}{2}$.

6p **2** □ Bereken de oppervlakte van V.

De functie f is een element van de verzameling functies

$$f_a\colon x \rightarrow \frac{x^2 + ax + a}{x + 1}, \text{ waarbij } a \in \mathbb{R}\ .$$

5p **3** □ Bewijs dat de grafieken van al deze functies kunnen worden verkregen door op de grafiek van f een translatie toe te passen en geef de translatievector.

Opgave 2

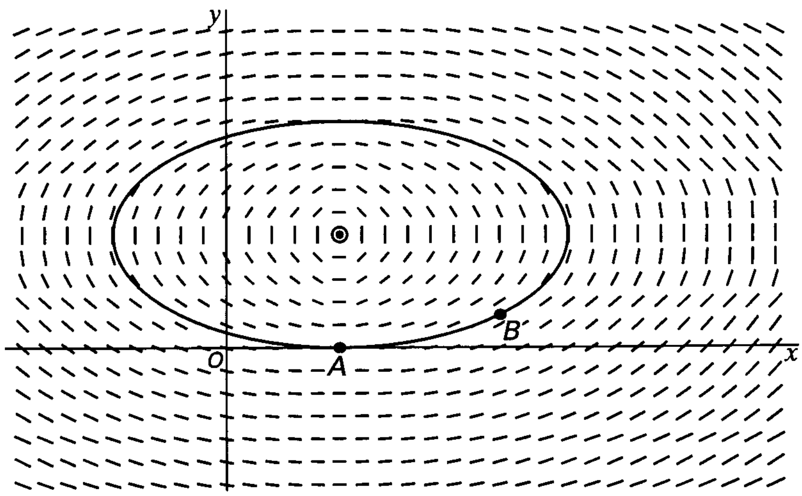
De kromme K is gegeven door: $x = 1 + 2\cos t$ en $y = 1 + \sin t$ waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

Verder is gegeven de differentiaalvergelijking $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{x-1}{4-4y}$

4p **4** □ Toon aan dat K een oplossingskromme is van de differentiaalvergelijking.

In figuur 1 is het lijnelementenveld van de differentiaalvergelijking getekend met daarin de oplossingskromme K.

figuur 1



Punt B ligt op K (zie figuur 1). De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in punt B is $\frac{1}{2}$.

6p **5** □ Bereken de coördinaten van B.

A is het punt $(1, 0)$.
Een lijn $y = p$ snijdt K in twee punten Q en R zodanig dat de oppervlakte van ΔAQR zo groot mogelijk is.

7p **6** □ Bereken p.

3p **7** □ Los de differentiaalvergelijking op.

Opgave 3

De functie f met domein $\mathbb{R}$ is gegeven door:

$f\colon x \to (x-1)\cdot \mathrm{e}^{-2x^2+4x}$

8p **8** □ Bereken het bereik van f.

Voor $k > 1$ is O_k de oppervlakte van het vlakdeel, begrensd door de grafiek van f, de x-as en de lijn $x = k$.

6p **9** □ Bereken $\lim\limits_{k \to \infty} O_k$.

De functie f is een element van de verzameling functies

$f_p\colon x \to (x-p)\cdot \mathrm{e}^{-2x^2+4px}$ met $p \in \mathbb{R}$.

5p **10** □ Toon aan dat de grafiek van f_p symmetrisch is ten opzichte van het punt $(p, 0)$.

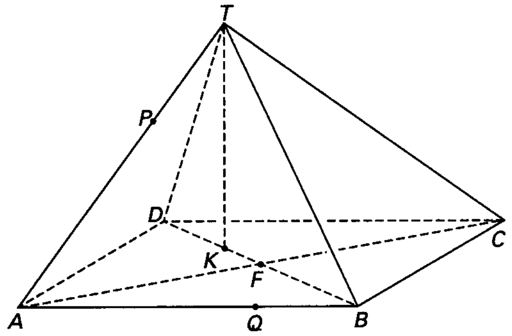
6p **11** □ Bereken voor welke waarden van p de grafiek van f_p de y-as snijdt onder een hoek van 45°.

Opgave 4

Van piramide $T.ABCD$ met hoogte 8 is het grondvlak $ABCD$ een vierkant met zijde 12. Deze piramide is in de figuren 2 en 3 en op de bijlage getekend.

F is het snijpunt van AC en BD.
Op lijnstuk DB ligt een punt K zo dat $DK : KB = 1 : 2$.
K is de loodrechte projectie van T op het vlak $ABCD$.

figuur 2



Een bol gaat door alle hoekpunten van de piramide.

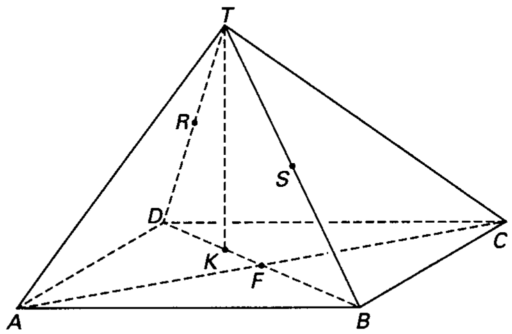
4p **12** □ Toon aan dat F het middelpunt van de bol is.

Op lijnstuk AT ligt het punt P en op lijnstuk AB ligt het punt Q (zie figuur 2 en de bijlage). Een lijn m met afstand 2 tot vlak $ABCD$ snijdt de lijnstukken PC en TQ.

6p **13** □ Teken m in de figuur van de bijlage en licht je tekening toe.

Het punt R is het midden van de ribbe DT en het punt S is het midden van de ribbe BT (zie figuur 3).

figuur 3



7p **14** □ Bereken de inhoud van het lichaam $RS.ABCD$.

Op het lijnstuk TK ligt een punt N zo dat $\angle ANC = 120°$.

6p **15** □ Bereken NK.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4