

■ Opgave 1

De functie f met domein \mathbb{R} is gegeven door:

$$f : x \rightarrow \frac{4x - 3}{x^2 + 1}$$

10 p 1 □ Onderzoek f en teken de grafiek van f .

6 p 2 □ Toon aan dat de lijn $y = 4\frac{1}{2}x - 3$ de grafiek van f zowel snijdt als raakt.

V is het begrensde vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f en de coördinaatassen.

7 p 3 □ Bereken in twee decimalen nauwkeurig de oppervlakte van V .

■ Opgave 2

Gegeven is de differentiaalvergelijking D :

$$\frac{dy}{dx} = (x - 1)(x - 3)(y - 1)$$

- 4 p 4 Geef in een tekening de delen van het Oxy -vlak aan waar de lijnelementen die aan D voldoen een positieve richtingscoëfficiënt hebben en de delen waar de lijnelementen een negatieve richtingscoëfficiënt hebben.

Een functie f is een oplossing van D .

De grafiek van f gaat door het punt $(0, 2)$.

- 4 p 5 Bereken in gehele graden nauwkeurig de hoek waaronder de grafiek van f de y -as snijdt.
- 7 p 6 Stel een functievoorschrift van f op.
- 2 p 7 Onderzoek of de grafiek van f een asymptoot heeft.
- 3 p 8 Verklaar hoe je, zonder f te differentiëren, met behulp van de tekening van vraag 4 kunt aantonen dat f precies één maximum en één minimum heeft, en geef aan voor welke waarden van x deze extreme waarden optreden.
- 2 p 9 Teken de grafiek van f in de figuur van vraag 4.

■ Opgave 3

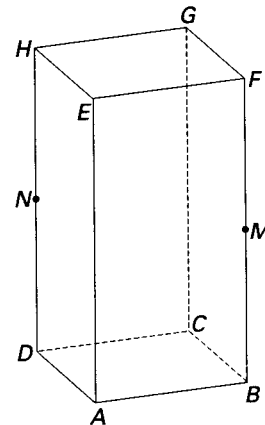
Van de balk $ABCD.EFGH$ die in de figuren 1 en 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven:

$$AB = BC = 4 \text{ en } AE = 8.$$

M en N zijn achtereenvolgens de middens van de ribben BF en DH .

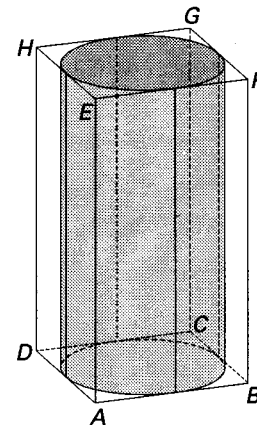
- 6 p 10 □ Bereken de inhoud van het viervlak $ACFH$.
- 4 p 11 □ Teken in figuur 1 van de bijlage de doorsnede van vlak AMN met het viervlak $ACFH$ en arceer deze doorsnede.
- 5 p 12 □ Bereken de afstand van de lijnen AM en GN .

figuur 1



Neem nu aan dat $ABCD.EFGH$ de binnenkant is van een doos waar een massieve cilinder precies in past (zie figuur 2). Een dunne draad komt bij A de doos binnen, loopt in de doos achter de cilinder om, en komt er bij E weer uit. Die draad wordt zo strak mogelijk aangetrokken. De dikte van de draad mag worden verwaarloosd; we nemen verder aan dat de draad vrij langs de cilinder kan glijden, ook op plaatsen waar de cilinder de binnenwand van de doos raakt.

figuur 2

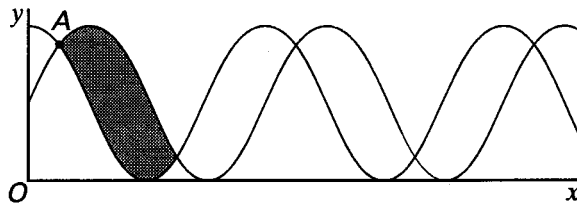


- 7 p 13 □ Teken in figuur 2 van de bijlage het bovenaanzicht van het gedeelte van de draad dat binnen de doos zit, en bereken in één decimaal nauwkeurig de lengte van dit deel van de draad. Licht je werkwijze toe.

Bijlage bij opgave 3

■ Opgave 4

figuur 3



In figuur 3 zijn gedeelten van de grafieken getekend van de functies:

$$f: x \rightarrow 2 \cos^2 x \quad \text{en} \quad g: x \rightarrow 1 + \sin 2x$$

Er zijn translaties waardoor de grafiek van f afgebeeld wordt op de grafiek van g .

- 4 p 14 □ Geef een voorbeeld van zo'n translatie en bewijs de juistheid van je antwoord.

A is het snijpunt van de grafieken van f en g dat het dichtst bij de y -as ligt (zie figuur 3).

- 8 p 15 □ Bereken in gehele graden nauwkeurig de hoek waaronder de grafieken van f en g elkaar in A snijden.

- 6 p 16 □ Bereken de oppervlakte van het gebied dat in figuur 3 donker gemaakt is.

Er bestaat een $p \in [0, \pi]$ met de eigenschap dat de functie

$$h_p: x \rightarrow f(x + p) + g(x) \text{ een constante functie is.}$$

- 5 p 17 □ Onderzoek voor welke waarde van p dit geldt en bewijs de juistheid van je antwoord.