

■ Opgave 1

Gegeven is de functie $f : x \rightarrow \frac{3 \cos x}{2 + \sin x}$, met domein $[-\pi, \pi]$.

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K de grafiek van f .

- 1 Onderzoek f en teken K .
- 2 Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door K en de x -as.
- 3 Los op: $f(x) \cdot f(-x) = \frac{9}{7}$.
- 4 Bereken voor welke $a \in \mathbb{R}$ de vergelijking $f(x) = a \cos x$ precies vier oplossingen heeft.

■ Opgave 2

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is voor $t \in \mathbb{R}^+$ de kromme K gegeven door

$$x = 8t \ln t \quad \text{en} \quad y = 16t(t - 1).$$

- 5 Onderzoek welke waarden x kan aannemen.
6 Onderzoek welke waarden y kan aannemen.
7 Bereken $\lim_{t \downarrow 0} x$ en $\lim_{t \downarrow 0} \frac{dy}{dx}$.

De lijn $y = mx$, met $m \in \mathbb{R}^+$ raakt K in punt O .

- 8 Bereken m .
9 Teken K .

De lijn $x = p$ ($p \in \mathbb{R}$) snijdt K in twee punten: A en B .

t_A is de t -waarde van A en t_B is de t -waarde van B .

- 10 Bereken AB in het geval dat $t_A = 2t_B$.

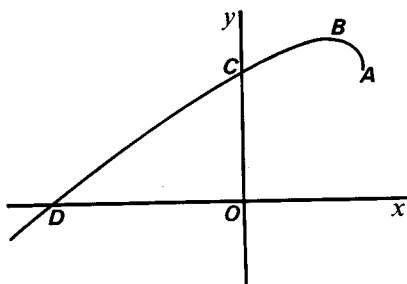
Opgave 3

Voor elke $p \in \mathbb{R}$ is gegeven de functie

$$f_p : x \rightarrow x + \sqrt{1 - px} \text{ met } x \in \mathbb{R}.$$

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K_p de grafiek van f_p .

figuur 1



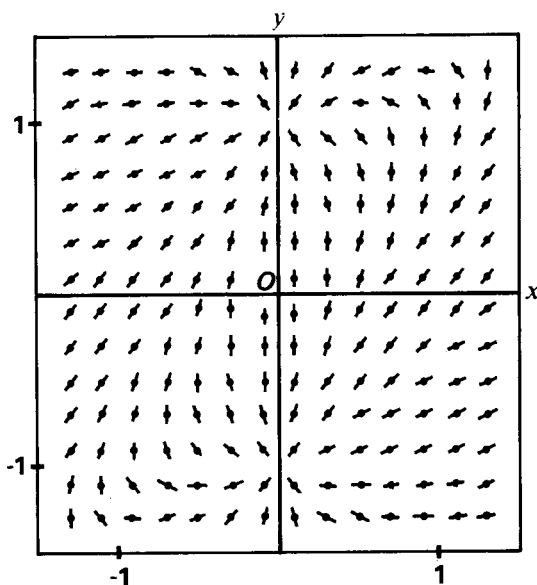
In figuur 1 is K_1 getekend. A is het randpunt, B is de top, C is het snijpunt met de y -as en D is het snijpunt met de x -as.

- 11 Bereken de coördinaten van A , B , C en D .
- 12 Bereken p in het geval dat K_p en K_1 elkaar loodrecht snijden.

Gegeven is de differentiaalvergelijking $D: \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - y^2 + 1}{2x \cdot (x - y)}$.

In figuur 2 is een gedeelte van het lijnelementenveld van D getekend.

figuur 2



Figuur 2 doet vermoeden dat er twee eerstegraads functies zijn die voldoen aan D .

- 13 Onderzoek of dit vermoeden juist is.
- 14 De gegeven functies f_p zijn oplossingen van D . Bewijs dit.

Opgave 4

Van het prisma $OAB.CDE$ is gegeven:

$$OA = 8, OB = 6 \text{ en } OC = 8, \\ \angle AOB = \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ.$$

Verder is gegeven:

het punt P ligt zo op het verlengde

van lijnstuk OC dat $CP = 4$,

het punt Q is het midden van

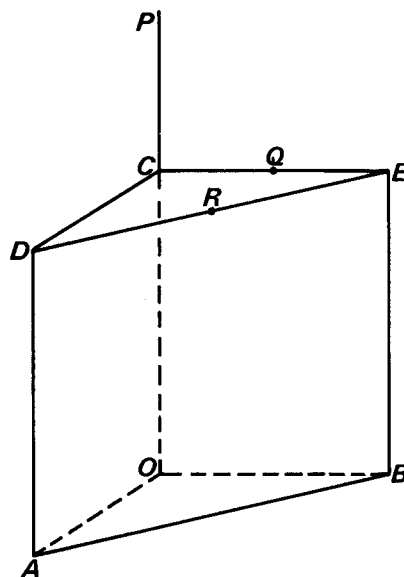
lijnstuk CE en

het punt R is het midden van

lijnstuk DE .

In figuur 3 en op de bijlage is dit prisma getekend zo dat vlak OBC evenwijdig is aan het projectievlak.

figuur 3



15 Bereken de hoek van vlak ODC en vlak ODE in graden nauwkeurig.

16 Bereken de inhoud van viervlak $BDPR$.

β is de bol door B , C en E die de lijn AD raakt.

17 Bereken de straal van de snijcirkel van β en vlak OAC .

V is het vlak door P en R dat evenwijdig is aan de lijn AQ .

18 Teken in de figuur van de bijlage de doorsnede van V en het prisma. Licht je werkwijze toe.