Opgave 1

Gegeven is de functie

$f: x \to |\ln(x+4)|$.

4p **1** □ Geef aan hoe men de grafiek van f kan afleiden uit de grafiek van $x \to \ln x$ en teken de grafiek van f.

De grafiek van f heeft één punt met de x-as gemeen.

5p **2** □ Bereken de hoek die de raaklijnen aan de grafiek van f in dat punt met elkaar maken.

De lijn $y = p$ snijdt de grafiek van f in de punten A en B.

7p **3** □ Bereken p in het geval dat $AB = 1\frac{1}{2}$.

V is het begrensde vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f, de x-as en de y-as.

7p **4** □ Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V om de y-as wentelt.

Opgave 2

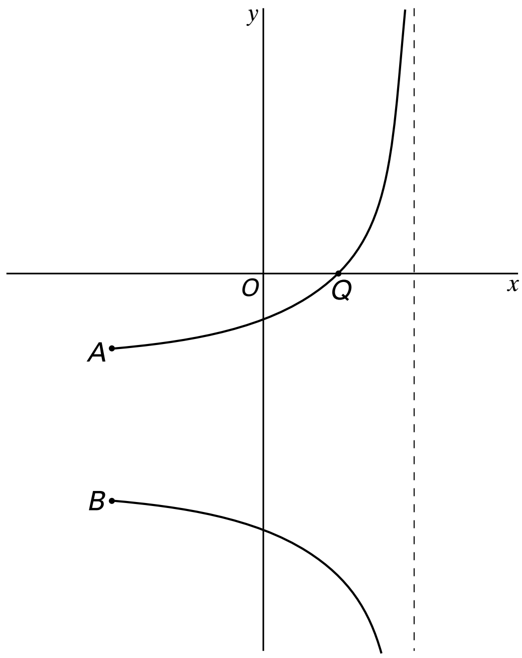
De kromme K is gegeven door

$$\begin{cases} x = 4\sin^2 t - 2 \\ y = \dfrac{1}{\cos t} - 2 \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi] \setminus \{\frac{1}{2}\pi, 1\frac{1}{2}\pi\}$.

In figuur 1 is K getekend.

figuur 1



5p **5** □ Bereken de coördinaten van de snijpunten van K met de coördinaat-assen.

A en B zijn de eindpunten van de beide takken van K.

4p **6** □ Bereken de coördinaten van A en B.

P is een punt van de bovenste tak van K.
m is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in P.

5p **7** □ Bereken $\lim\limits_{P \to A} m$.

Q is het snijpunt van K met de x-as.

4p **8** □ Toon aan dat de lijn BQ raaklijn is aan K.

Opgave 3

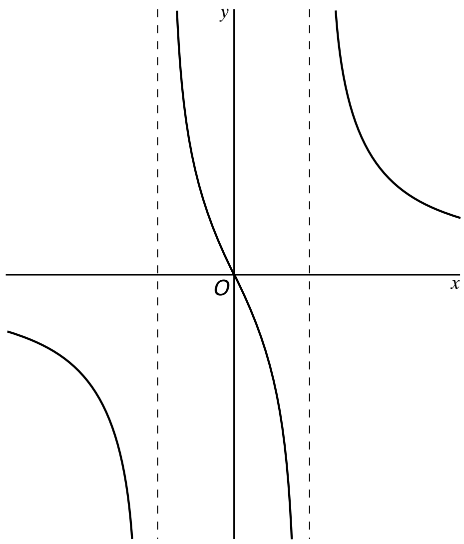
Voor $p > 0$ zijn gegeven de functies

$f_p: x \rightarrow \dfrac{2x}{x^2 + p}$ en

$g_p: x \rightarrow \dfrac{2x}{x^2 - p}$

In figuur 2 en in de figuur op de bijlage is de grafiek van g_1 getekend.

figuur 2



9p **9** □ Onderzoek f_1 en teken de grafiek van f_1 in de figuur op de bijlage. Bepaal hierbij ook de eventuele snijpunten van de grafieken van f_1 en g_1.

Voor elke $p > 0$ liggen de toppen van de grafiek van f_p zowel op de verticale asymptoten van de grafiek van g_p als op de kromme $y = \frac{1}{x}$.

6p **10** □ Bewijs dit.

De raaklijn aan de grafiek van f_p in $O(0, 0)$ snijdt de grafiek van g_p in het punt A met positieve x-coördinaat.
De projectie van A op de x-as is het punt B.

9p **11** □ Bewijs dat de oppervlakte van het vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f_p, de x-as en de lijn AB onafhankelijk is van p.

Bijlage bij opgave 3

Wiskunde B

Examen VWO 2000

Tijdvak 2
Woensdag 21 juni
13.30–16.30 uur

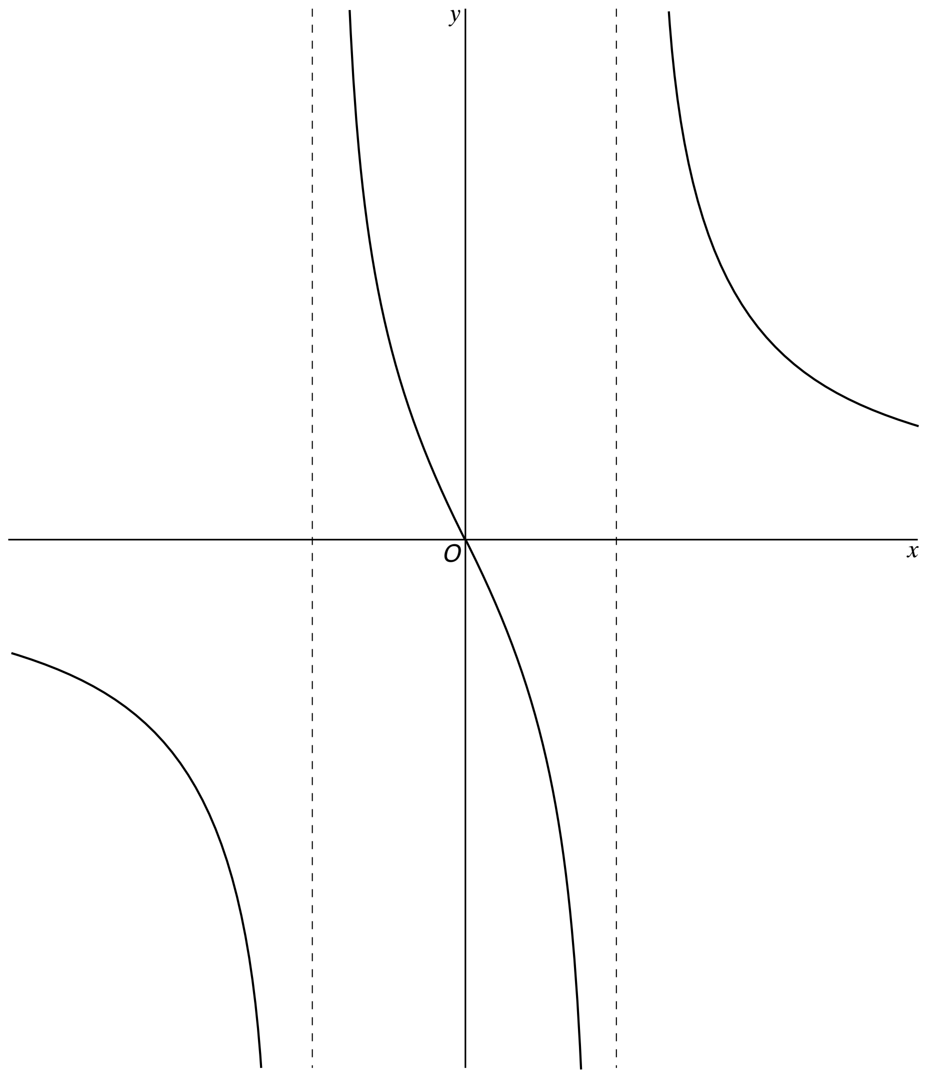
Examennummer

....

Naam

....

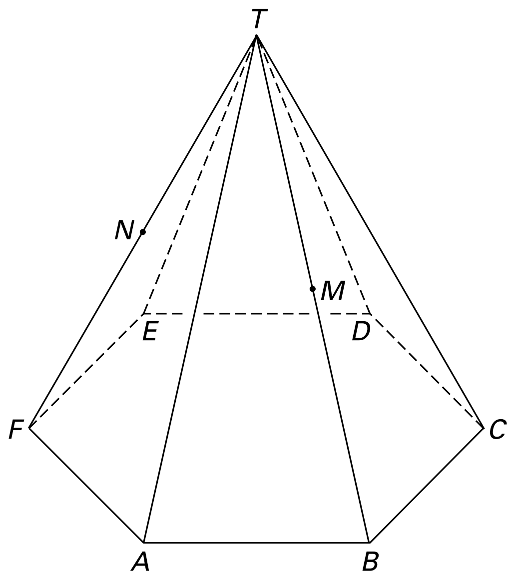
Opgave 3



Opgave 4

In figuur 3 en in de figuur op de bijlage is de regelmatige zeszijdige piramide $T.ABCDEF$ getekend.
De middens van de ribben BT en FT zijn achtereenvolgens M en N.
Gegeven is verder dat $AB = 6$ en dat de afstand van T tot het grondvlak $ABCDEF$ gelijk is aan $6\sqrt{3}$.

figuur 3



6p **12** □ Bereken de hoek tussen de lijn AM en het vlak $ABCDEF$.

6p **13** □ Teken in de figuur op de bijlage de doorsnede van het vlak AMN met de piramide.

6p **14** □ Bereken de kortste weg van A naar C over de zijvlakken van de piramide via de ribbe BT.

7p **15** □ Onderzoek of er een bol bestaat door de hoekpunten van het lichaam $BCEF.MN$.

Bijlage bij opgave 13

Opgave 13