

■ Opgave 3 Vis

Om een goed beeld te krijgen van de ontwikkeling van de omvang van dierpopulaties wordt vaak gebruik gemaakt van wiskundige modellen. In die modellen probeert men de werkelijkheid zo nauwkeurig mogelijk door formules en continue functies te benaderen. Van belang daarbij is vaak niet alleen de populatieomvang (P) van een populatie, maar ook de *groeisnelheid* (G) waarmee de populatieomvang in de tijd (t) verandert.

Hierbij geldt $G = \frac{dP}{dt}$.

Ook kan worden gelet op de *relatieve groeisnelheid* (R), waarbij $R = \frac{G}{P}$.

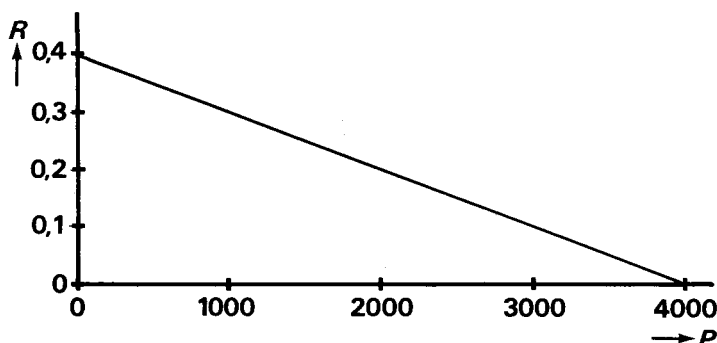
De relatieve groeisnelheid is constant als P exponentieel toeneemt.

- 18 □ Laat zien dat deze bewering juist is voor een groeimodel waarbij geldt: $P = 85e^{0,12t}$.

Bij veel groeiprocessen in de natuur zijn er factoren aanwezig waardoor de relatieve groeisnelheid *afneemt* als de populatieomvang groter wordt. Een bioloog neemt dit als uitgangspunt bij het opstellen van een wiskundig model voor een viskwekerij.

De viskweker begint op een zekere dag met een nieuwe visvijver, waarin hij 160 vissen van één soort uitzet. Hierbij is de populatieomvang (P) het aantal vissen in de vijver, met $P = 160$ voor $t = 0$. De bioloog neemt in zijn model aan dat R een eerstegraads functie is van P . In figuur 4 is het verband tussen R en P grafisch weergegeven.

figuur 4



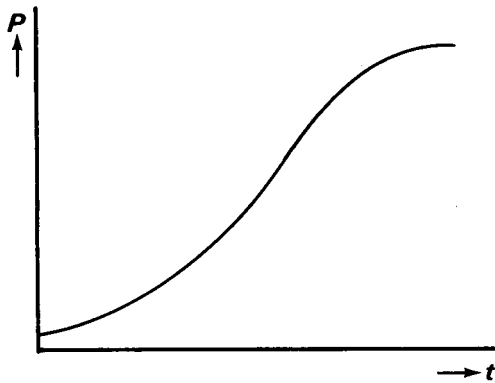
- 19 □ Bereken R voor $P = 2250$.
 20 □ Welke betekenis heeft het aantal 4000 in dit model?
 21 □ Toon aan dat $G = -0,0001P^2 + 0,4P$.

Indien er geen vissen worden gevangen, leidt de veronderstelling van de bioloog tot de formule

$$P = \frac{4000}{1 + 24e^{-0,4t}}$$

Hierbij is t de tijd, in maanden gerekend, vanaf de dag dat de 160 vissen zijn uitgezet. Het verband tussen P en t is in figuur 5 weergegeven.

figuur 5



- De viskweker wil wachten met het vangen van vissen tot de groeisnelheid (G) maximaal is.
- 22** □ Bereken hoeveel maanden de viskweker volgens dit model moet wachten met het vangen van vissen.