

# Eindexamen wiskunde A vwo 2002-I (oude stijl)

## Reizen

De vereniging Reïsvrienden organiseert vakantie-reizen die uitsluitend toegankelijk zijn voor eigen leden. De vereniging kent drie soorten leden: nieuwe leden, gewone leden en kroonleden.

Tot een aantal jaren geleden golden voor het lidmaatschap de volgende regels:

- Elk lidmaatschap geldt altijd voor een heel kalenderjaar.
- Van alle leden die in het laatste jaar geen enkele reis hebben geboekt, wordt het lidmaatschap beëindigd.
- Alle leden die het laatste jaar slechts één reis hebben geboekt, worden (of blijven) gewoon lid.
- Alle leden die het laatste jaar twee of meer reizen hebben geboekt, worden (of blijven) kroonlid.

Aan het eind van elk jaar wordt steeds bekeken hoeveel reizen een lid gemaakt heeft. Wordt het lidmaatschap van iemand beëindigd, dan wordt direct een nieuw lid ingeschreven met ingang van het nieuwe kalenderjaar. Het totale aantal leden blijft dus constant.

Op grond van jarenlange ervaring heeft men destijds de volgende overgangsmatrix  $M$  opgesteld. Merk op dat het bij sommige overgangen in feite gaat om vervanging door nieuwe leden.

$$\begin{array}{l} \text{naar} \\ \text{nieuw} \\ \text{gewoon} \\ \text{kroon} \end{array} \begin{array}{l} \text{van} \\ \text{nieuw} \\ \text{gewoon} \\ \text{kroon} \end{array} \begin{pmatrix} 0,16 & 0,40 & 0,10 \\ 0,48 & 0,46 & 0,41 \\ 0,36 & 0,14 & 0,49 \end{pmatrix} = M$$

In de matrix kun je bijvoorbeeld aflezen dat 16% van de nieuwe leden een jaar lang geen reis boekt; aan het eind van het jaar worden zij dus vervangen. Van de kroonleden boekt 41% in het laatste jaar slechts één reis; daardoor worden deze mensen weer 'gewoon' lid.

Het element in de matrix  $M^2$  dat hoort bij 'van nieuw lid naar kroonlid' is niet hetzelfde als de kans dat een willekeurig nieuw lid twee jaar later kroonlid is.

7p **5**  Toon dit aan door beide te berekenen.

Met behulp van matrix  $M$  heeft men destijds berekend dat de vereniging op den duur elk jaar 25% nieuwe leden zou krijgen.

5p **6**  Bereken hoeveel procent gewone leden en hoeveel procent kroonleden de vereniging dan op den duur heeft.

Een aantal jaren geleden nam de ledenvergadering het besluit om bovenstaande regels te versoepelen. Sindsdien gelden de volgende regels:

- Elk lidmaatschap geldt altijd voor een heel kalenderjaar.
- Van alle leden die in de laatste twee jaar geen enkele reis hebben geboekt, wordt het lidmaatschap beëindigd. Dit geldt ook voor iemand die pas één jaar lid is en in dat jaar geen enkele reis heeft geboekt.
- Alle leden die in de laatste twee jaar in totaal slechts één reis hebben geboekt, worden (of blijven) gewoon lid.
- Alle leden die in de laatste twee jaar in totaal twee of meer reizen hebben geboekt, worden (of blijven) kroonlid.

De procedure omtrent het beëindigen van lidmaatschappen en het aannemen van nieuwe leden blijft aan het eind van elk jaar plaatsvinden.

## Eindexamen wiskunde A vwo 2002-I (oude stijl)

Analyse van de boekingsgegevens van de laatste jaren levert onderstaande tabel 3 op. Hierin staat informatie over het aantal geboekte reizen per lid in een jaar. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen nieuwe leden, gewone leden en kroonleden, en wordt bovendien gelet op het aantal geboekte reizen in het vorige jaar. Merk op dat het mogelijk is dat een kroonlid vorig jaar geen enkele reis heeft geboekt, maar het jaar daarvoor ten minste twee.

tabel 3

|                            |          | nieuw lid | gewoon lid |     | kroonlid |     |          |
|----------------------------|----------|-----------|------------|-----|----------|-----|----------|
| aantal reizen vorig jaar ► |          |           | 0          | 1   | 0        | 1   | $\geq 2$ |
| aantal reizen dit jaar     | 0        | 15%       | 45%        | 35% | 40%      | 20% | 20%      |
|                            | 1        | 60%       | 40%        | 50% | 35%      | 65% | 45%      |
|                            | $\geq 2$ | 25%       | 15%        | 15% | 25%      | 15% | 35%      |

Uit tabel 3 blijkt bijvoorbeeld dat 60% van de nieuwe leden een jaar later gewoon lid is.

5p 7 □

Bereken met behulp van tabel 3 hoeveel procent van de nieuwe leden twee jaar later kroonlid is.

De vereniging telt 462 leden die aan het begin van het jaar 2002 als volgt (zie tabel 4) zijn verdeeld over de verschillende categorieën:

tabel 4

|                       |  | nieuw lid | gewoon lid |     | kroonlid |    |          |
|-----------------------|--|-----------|------------|-----|----------|----|----------|
| aantal reizen in 2001 |  |           | 0          | 1   | 0        | 1  | $\geq 2$ |
| aantal leden          |  | 48        | 140        | 120 | 44       | 80 | 30       |

5p 8 □

Bereken hoeveel kroonleden de vereniging naar verwachting op 1 januari 2003 telt.