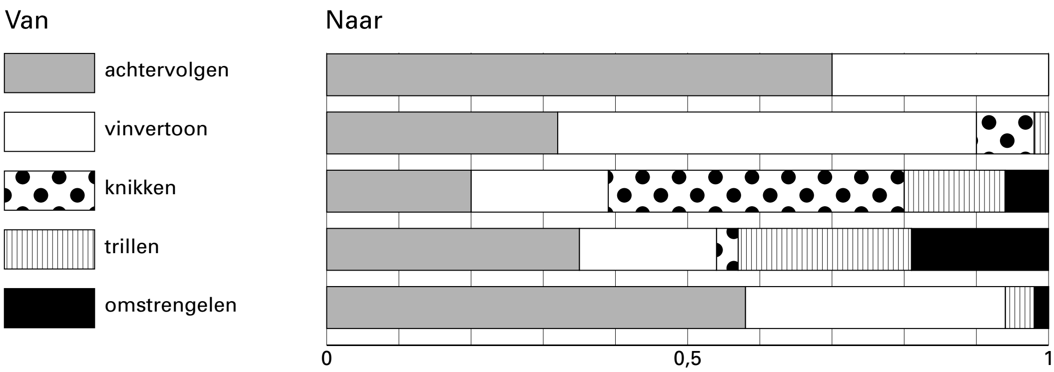
Opgave 2 Verleiding

De Corynopoma riisei is een Zuid-Amerikaanse vis. Begin jaren zestig heeft K. Nelson onderzoek gedaan naar het paringsgedrag van deze visjes. Hij ontdekte dat het mannetje verschillende bewegingen uitvoert, zonder vaste volgorde, terwijl het vrouwtje daarop een tijd lang niet reageert. De bewegingen die Nelson onderscheidde zijn:

- Achtervolgen: het mannetje achtervolgt het vrouwtje;
- Vinvertoon: het mannetje zet zijn rugvin op;
- Knikken: het mannetje maakt een heen en weer gaande beweging;
- Trillen: het mannetje maakt een snel trillende beweging;
- Omstrengelen: het mannetje omstrengelt het vrouwtje.

In figuur 2 zijn de overgangskansen tussen de bewegingen af te lezen. Zo gaat het mannetje nadat het gestopt is met achtervolgen in 70% van de gevallen even later weer achtervolgen. In 30% van de gevallen gaat het mannetje over op vinvertoon.

figuur 2



Een mannetje is bezig met achtervolgen. Hierna zou de volgende reeks bewegingen kunnen voorkomen: vinvertoon – knikken – trillen – omstrengelen.

5p **7** □ Bereken de kans dat het mannetje na het achtervolgen inderdaad deze reeks bewegingen uitvoert.

In figuur 2 is te zien dat niet alle overgangen voorkwamen. Zo kwam na omstrengelen nooit knikken.
De volgende directe-wegenmatrix is opgesteld:

$$\begin{array}{lll}
 & & \begin{array}{ccccc} & & \text{van} & & \\ \text{achterv.} & \text{vinv.} & \text{knik.} & \text{trill.} & \text{omstr.} \end{array} \\
\text{naar} & \begin{array}{l}\text{achtervolgen}\\ \text{vinvertoon}\\ \text{knikken}\\ \text{trillen}\\ \text{omstrengelen}\end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = M
\end{array}$$

Het kwadraat van M is de matrix:

$$\begin{array}{lll}
 & & \begin{array}{ccccc} & & \text{van} & & \\ \text{achterv.} & \text{vinv.} & \text{knik.} & \text{trill.} & \text{omstr.} \end{array} \\
\text{naar} & \begin{array}{l}\text{achtervolgen}\\ \text{vinvertoon}\\ \text{knikken}\\ \text{trillen}\\ \text{omstrengelen}\end{array} & \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} = M^2
\end{array}$$

Na achtervolgen kan een mannetje de bij vraag 7 vermelde reeks bewegingen uitvoeren, maar er zijn ook allerlei andere mogelijkheden.

Een mannetje is bezig met achtervolgen.

6p **8** □ Bereken hoeveel verschillende reeksen van vier bewegingen het mannetje hierna kan uitvoeren, met als laatste beweging omstrengelen.

Naast de *directe-wegenmatrix M* is bij figuur 2 een 5×5-*overgangsmatrix A* te maken:

$$\begin{array}{ll} & \\ & \\ & \text{achtervolgen} \\ & \text{vinvertoon} \\ \text{naar} & \text{knikken} \\ & \text{trillen} \\ & \text{omstrengelen} \end{array} \begin{array}{c} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{van} \\ \begin{array}{ccccc} \text{achterv.} & \text{vinv.} & \text{knik.} & \text{trill.} & \text{omstr.} \end{array} \\ \begin{pmatrix} .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. \end{pmatrix} \end{array} = A$$

2p **9** □ Geef de vierde kolom van deze matrix.

Hieronder is de matrix A^{25} gegeven. De elementen zijn afgerond op drie decimalen.

$$\begin{array}{ll} & \\ & \\ & \text{achtervolgen} \\ & \text{vinvertoon} \\ \text{naar} & \text{knikken} \\ & \text{trillen} \\ & \text{omstrengelen} \end{array} \begin{array}{c} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{van} \\ \begin{array}{ccccc} \text{achterv.} & \text{vinv.} & \text{knik.} & \text{trill.} & \text{omstr.} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}509 & 0{,}509 & 0{,}509 & 0{,}509 & 0{,}509 \\ 0{,}405 & 0{,}405 & 0{,}405 & 0{,}405 & 0{,}405 \\ 0{,}056 & 0{,}056 & 0{,}056 & 0{,}056 & 0{,}056 \\ 0{,}022 & 0{,}022 & 0{,}022 & 0{,}022 & 0{,}022 \\ 0{,}008 & 0{,}008 & 0{,}008 & 0{,}008 & 0{,}008 \end{pmatrix} \end{array} = A^{25}$$

Als we uitgaan van 1000 mannetjes die alle bezig zijn met achtervolgen, dan kan de toestand van deze 1000 mannetjes beschreven worden met de matrix:

$$\begin{array}{ll} & \text{achtervolgen} \\ & \text{vinvertoon} \\ \text{naar} & \text{knikken} \\ & \text{trillen} \\ & \text{omstrengelen} \end{array} \begin{pmatrix} 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Als we deze 1000 mannetjes gedurende 25 bewegingen volgen, dan mogen we op grond van matrix A^{25} verwachten dat bij de laatste beweging 509 mannetjes bezig zijn met achtervolgen, 405 bezig zijn met vinvertoon, 56 met knikken, 22 met trillen en 8 met omstrengelen.

Ook als we 1000 andere mannetjes volgen, waarvan er 400 bezig zijn met achtervolgen en 600 met vinvertoon, dan verwachten we dat 25 bewegingen later weer 509 mannetjes bezig zijn met achtervolgen, 405 mannetjes bezig zijn met vinvertoon, 56 met knikken, 22 met trillen en 8 met omstrengelen.

3p **10** □ Toon dit met een berekening aan.

We gaan voor de volgende vraag uit van een willekeurige groep van 1000 mannetjes. Ook deze groep volgen we gedurende 25 bewegingen. Het is aan te tonen dat een dergelijke groep, *ongeacht de beginsituatie*, naar verwachting na 25 bewegingen altijd dezelfde verdeling zal vertonen, namelijk 509 mannetjes bezig met achtervolgen, 405 mannetjes bezig met vinvertoon, 56 met knikken, 22 met trillen en 8 met omstrengelen.

5p **11** □ Toon aan dat we voor iedere groep van 1000 mannetjes na 25 bewegingen naar verwachting inderdaad deze verdeling zullen vinden.