

# Eindexamen wiskunde A vwo 2001-II (oude stijl)

## Opgave 4 Apen

Biologen hebben onderzoek gedaan naar het contact tussen moeder en kind bij resusapen. Daartoe observeerden ze één moeder en haar kind gedurende langere tijd. Men onderscheidde daarbij drie toestanden:

- bij de moeder (er is lichaamscontact maar het kind is niet aan de borst), afgekort 'bij';
- aan de borst, afgekort 'borst';
- los van de moeder (er is geen lichaamscontact tussen moeder en kind), afgekort 'los'.

De biologen registreerden tijdens het onderzoek nauwkeurig welke overgangen er tussen deze toestanden voorkwamen. Zo ontstond een rij waarnemingen. Het begin en het eind van deze rij zie je in figuur 4 in beeld gebracht.

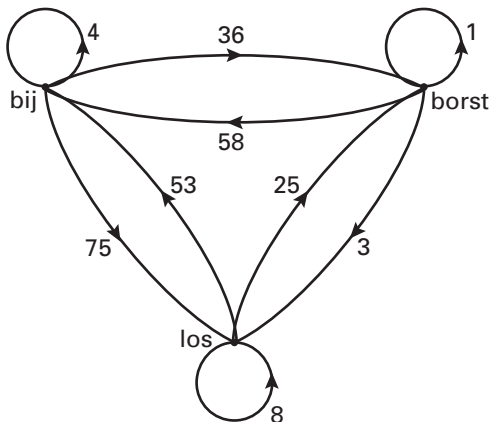
figuur 4

$bij \rightarrow los \rightarrow borst \rightarrow borst \rightarrow \dots \rightarrow los \rightarrow bij$

Zoals je ziet kwam het voor dat een toestand overging in dezelfde toestand. Dit gebeurde bijvoorbeeld als de moeder het kind van de borst wilde halen en het kind daartegen protesteerde en weer terug aan de borst ging.

In figuur 5 zie je de aantallen overgangen tijdens het onderzoek in een graaf aangegeven.

figuur 5



Wanneer we bij de toestand 'borst' de getallen bij de uitgaande pijlen optellen, dan vinden we dezelfde uitkomst als wanneer we de getallen bij de aankomende pijlen bij 'borst' optellen. Dit geldt ook voor de andere twee toestanden.

- 4p **15** □ Verklaar met behulp van figuur 4 waarom in figuur 5 bij iedere toestand de som van de getallen bij de uitgaande pijlen gelijk is aan de som van de getallen bij de aankomende pijlen.

Bij de graaf van figuur 5 kunnen we onderstaande overgangsmatrix  $M$  maken. De getallen in matrix  $M$  zijn afgerond op 3 decimalen.

$$\begin{array}{l} \text{naar} \\ \text{bij} \\ \text{borst} \\ \text{los} \end{array} \begin{array}{l} \text{van} \\ \text{bij} \\ \text{borst} \\ \text{los} \end{array} \begin{pmatrix} 0,035 & 0,935 & 0,616 \\ 0,313 & 0,016 & 0,291 \\ 0,652 & 0,048 & 0,093 \end{pmatrix} = M$$

- 3p **16** □ Laat met een berekening zien hoe uit de gegevens van de graaf van figuur 5 het getal 0,652 in deze matrix tot stand is gekomen.

## Eindexamen wiskunde A vwo 2001-II (oude stijl)

Met behulp van de graaf kunnen we ook berekenen hoe vaak tijdens het onderzoek een bepaalde toestand voorkwam. Je vindt die aantallen in onderstaande kolommatrix  $P$ . Hierbij zijn begin- en eindtoestand van het onderzoek als één toestand gezien.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{bij} \\ \text{borst} \\ \text{los} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{bij} \\ \text{borst} \\ \text{los} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 115 \\ 62 \\ 86 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

3p **17** □ Bereken  $M \times P$  en geef de elementen van deze matrix in 3 decimalen nauwkeurig.

De biologen hielden ook bij hoe lang elke toestand duurde. Uit het onderzoek bleek dat de tijdsduur van de verschillende toestanden varieerde. De totale tijdsduur van de toestand 'bij' was 685 sec. De totale tijd in de toestand 'borst' was 876 sec. en de totale tijd in de toestand 'los' 2019 sec.

De biologen wilden dit onderzoek gebruiken om te komen tot een kansmodel voor het gedrag van resusapen. Ze bepaalden bijvoorbeeld met behulp van de resultaten van het onderzoek de kans op de toestand 'borst'. Eén van de biologen merkte op dat je dit op twee manieren kunt doen.

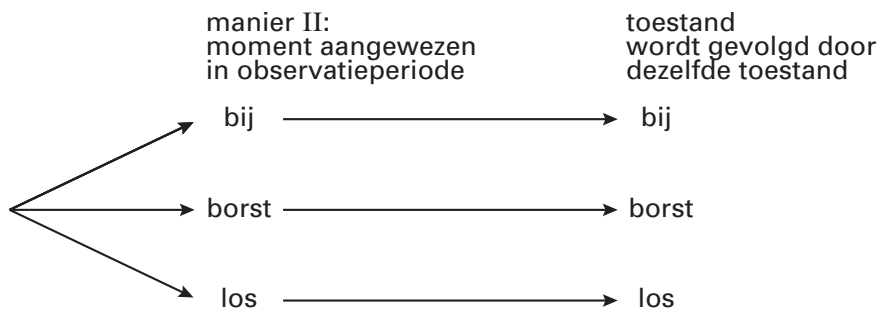
Manier I: in de *rij waarnemingen* van figuur 4 kun je willekeurig een toestand aanwijzen en dan kijken hoe groot de kans is dat dit de toestand 'borst' is.

Manier II: je kunt een willekeurig moment aanwijzen in de *observatieperiode* (die op video is vastgelegd) en dan kijken hoe groot de kans is dat dit de toestand 'borst' is.

6p **18** □ Bereken beide kansen.

De biologen kozen er voor om kansen te bepalen uitgaande van manier II. In het verslag van het onderzoek werd melding gemaakt van de kans dat een willekeurige toestand gevolgd werd door dezelfde toestand. Hierbij stond onderstaande figuur 6 afgedrukt.

figuur 6



6p **19** □ Bereken de kans dat een via manier II aangewezen willekeurige toestand wordt gevolgd door dezelfde toestand.