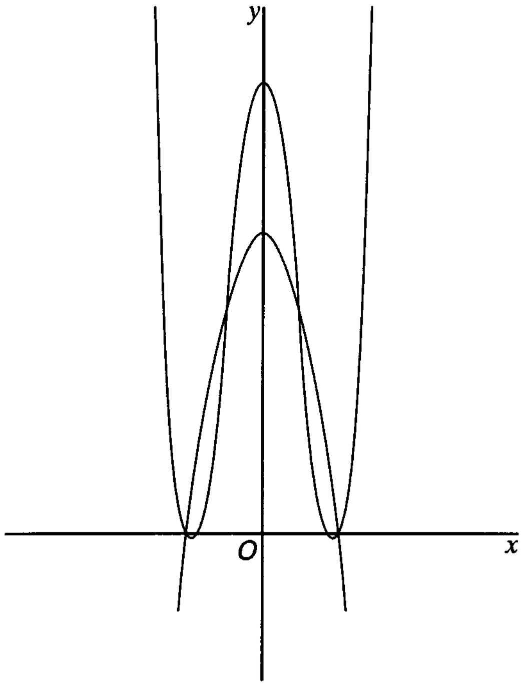
Opgave 1

De functies f en g zijn gegeven door

$f(x) = x^4 - 7x^2 + 12$ en $g(x) = -2x^2 + 8$

In figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.

figuur 1



5p **1** □ Bereken het minimum van $f(x)$.

4p **2** □ Bereken de x-coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de x-as.

P is de produktfunctie van f en g, dus $P(x) = f(x) \cdot g(x)$

4p **3** □ Toon aan dat $P(x) = -2(x^2 - 3)(x^2 - 4)^2$

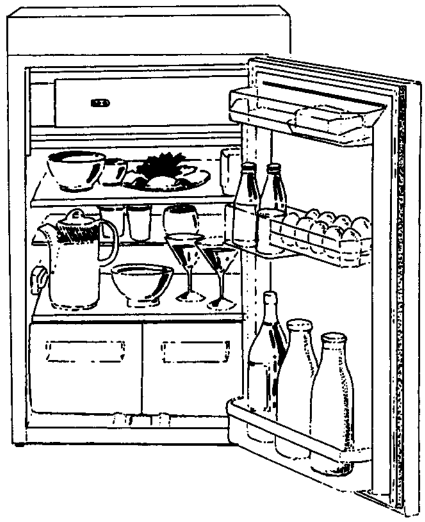
De grafiek van P heeft enkele punten met de x-as gemeen.

6p **4** □ Onderzoek of er een punt is waar de grafiek van P de x-as raakt.

Opgave 2 Koelkast

Als we een fles melk uit de koelkast halen, zal de temperatuur van de melk langzaam oplopen van de temperatuur in de koelkast tot de temperatuur van de omgeving.

figuur 2



Bij een zekere instelling van de koelkasttemperatuur en een bepaalde omgevingstemperatuur geldt de volgende formule:

$T = 19 - 13 \cdot (0{,}78)^t$

T is de temperatuur van de melk in graden Celsius, en t is de tijd in minuten die verstreken is nadat de melk uit de koelkast is gehaald.

6p **5** □ Teken in de figuur op de bijlage de grafiek van T met asymptoot.

Uit de formule kan men zowel de omgevingstemperatuur als de koelkasttemperatuur afleiden.

5p **6** □ Geef zowel de omgevingstemperatuur als de koelkasttemperatuur. Motiveer je antwoord.

5p **7** □ Benader de snelheid van verwarming op het tijdstip $t = 0$ met behulp van een differentiequotiënt waarbij $\Delta t = 0{,}001$. Rond je antwoord af op één decimaal.

We halen een fles melk uit de koelkast en tegelijkertijd zetten we een andere fles melk in de koelkast.
Voor de temperatuur van de melk in de fles die uit de koelkast gehaald is, geldt de bovenstaande formule. Voor de temperatuur van de melk in de andere fles geldt de formule: $T = 6 + 13 \cdot (0{,}78)^t$

6p **8** □ Bereken na hoeveel minuten de temperatuur in beide flessen dezelfde is geworden. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voor produkten die uit een andere koelkast worden gehaald, geldt bij gegeven koelkasttemperatuur en gegeven omgevingstemperatuur een formule van de volgende vorm:

$T = 16 - 11g^t$

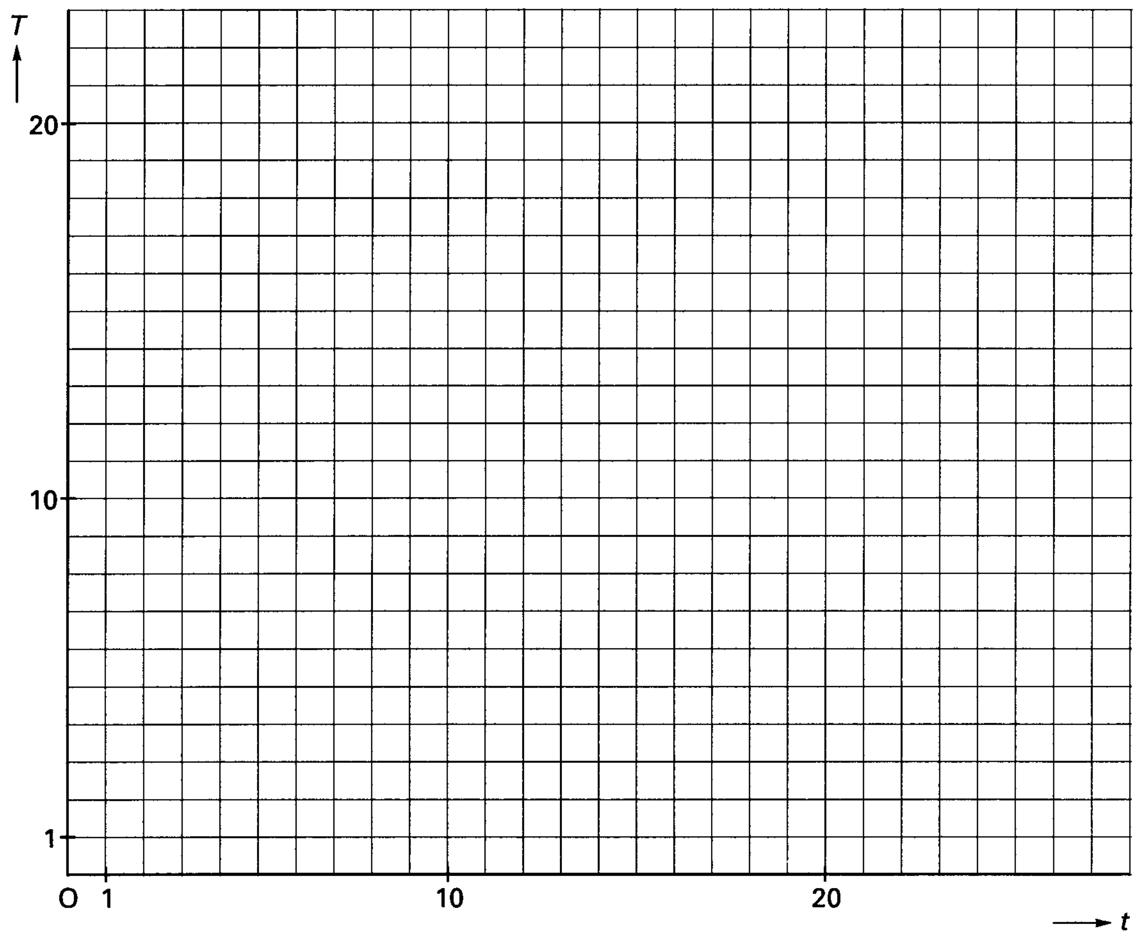
Het grondtal g is afhankelijk van het gekoelde artikel. (Voor de flessen melk geldt $g = 0{,}78$.)

Een blikje frisdrank op koelkasttemperatuur wordt uit die koelkast gehaald en heeft 15 minuten later een temperatuur van 14 graden.

5p **9** □ Bereken de waarde van g voor dat blikje frisdrank. Rond je antwoord af op twee decimalen.

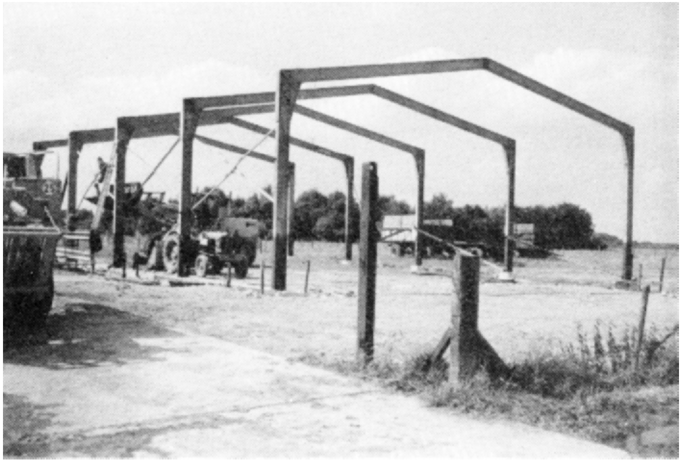
Bijlage bij opgave 2

Opgave 2

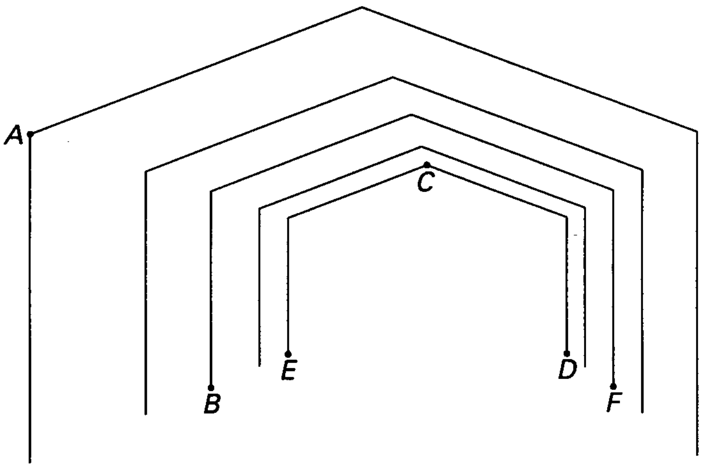


Opgave 3 Loods

figuur 3



figuur 4



In de figuren 3 en 4 is een loods in aanbouw te zien.
In dit bouwstadium bestaat de loods uit vijf gelijke balkconstructies op gelijke afstand van elkaar (6 m).
Zo'n balkconstructie bestaat uit:
- twee verticale palen, elk 6 meter lang en
- twee schuine balken die onderling even lang zijn en samen komen in een punt op een hoogte van 8 meter.

Samen met de grondlijn vormt een balkconstructie een vijfhoek.
De vijf balkconstructies zijn zo achter elkaar geplaatst, dat de voetpunten van de verticale palen op de zijden van een rechthoek liggen. Die rechthoek wordt de vloer van de loods. De breedte van de loods is 12 meter en de diepte is 24 meter.

De punten A, B, C, D, E en F zijn hoekpunten van de vijfhoeken.

In figuur 4 lijken de lijnen AE en BC elkaar te snijden.

4p **10** ☐ Onderzoek of AE en BC elkaar in werkelijkheid snijden.

In de figuur op de bijlage zijn de derde vijfhoek met de punten *B* en *F* en de vijfde vijfhoek met de punten *C*, *D* en *E* in perspectief getekend.

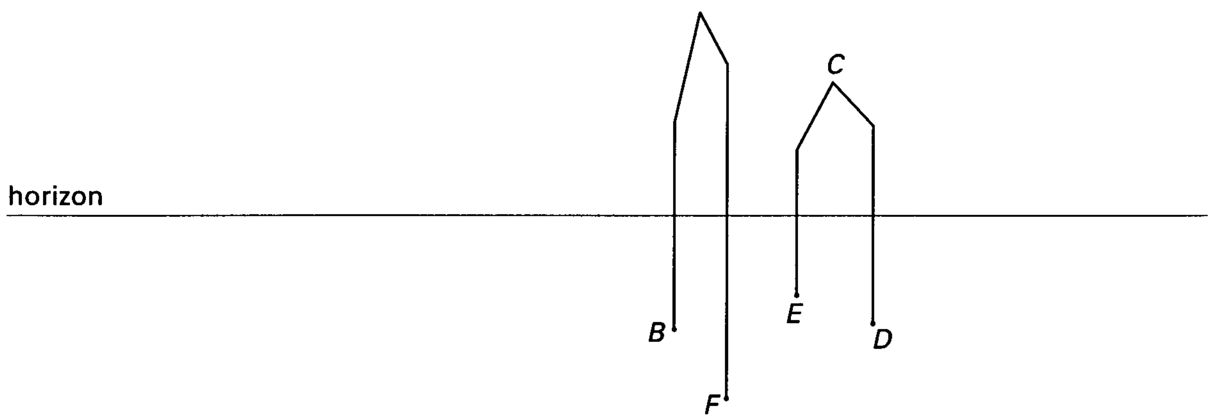
9p **11** □ Teken in de figuur op de bijlage de eerste vijfhoek; dat is de vijfhoek waarvan *A* een hoekpunt is. Licht je werkwijze toe.

Er wordt een tweede loods gebouwd die gelijkvormig is met de hierboven beschreven loods.
De vloeroppervlakte van de tweede loods is tweemaal zo groot als de vloeroppervlakte van de beschreven loods.

7p **12** □ Bereken de inhoud van de tweede loods; geef je antwoord in gehele kubieke meters.

Bijlage bij opgave 3

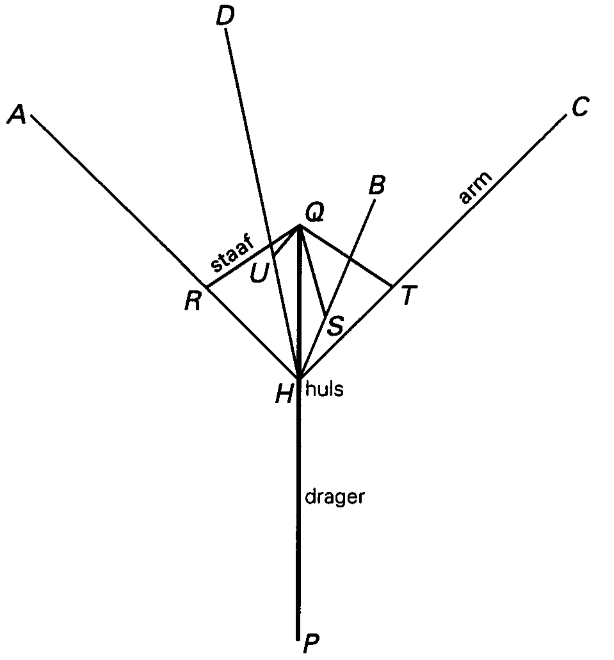
Opgave 3

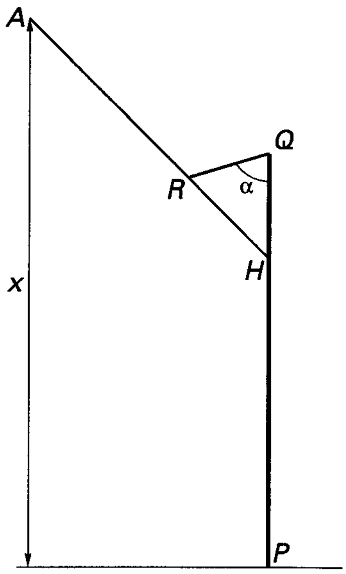


Opgave 4 Droogmolen

In figuur 5 is een metalen geraamte van een droogmolen getekend. De waslijnen ontbreken. Getekend zijn:
. de verticale drager PQ;
. de even lange armen HA, HB, HC en HD;
. de even lange staven QR, QS, QT en QU.
De punten R, S, T en U hebben dezelfde afstand tot H.

figuren 5 en 6





In H zit een ringvormige huls om de drager. Deze huls kan schuiven langs de drager en met een schroefje op elke hoogte worden vastgeklemd. De hoogte van H ten opzichte van de grond is dus variabel. Alle overige verbindingen tussen twee onderdelen zijn zo gemaakt dat die onderdelen alleen maar ten opzichte van elkaar kunnen draaien.

Als de huls langs de drager wordt geschoven, verandert de stand van de armen. Daardoor verandert de hoogte van de vrije uiteinden A, B, C en D.

Vat in deze opgave drager, armen en staven op als lijnstukken en de huls en overige verbindingen als punten.

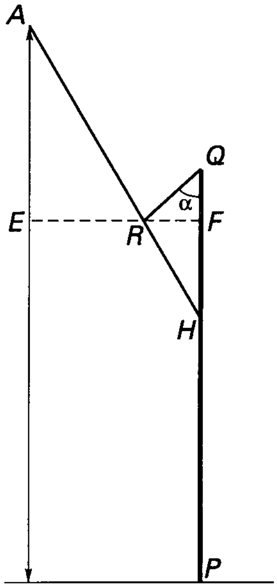
Afmetingen in cm: $PQ = 200$, $QR = 40$, $AR = 120$ en $HR = 60$.

α is de hoek in radialen die de staaf RQ maakt met de drager PQ. De hoogte (in cm) van het vrije uiteinde A van de arm HA ten opzichte van de grond noemen we x. Zie figuur 6.

Er zijn twee standen waarbij de molen geheel is dichtgeklapt (zodat de armen verticaal omhoog staan).

4p 13 □ Bereken de bijbehorende waarden van x.

figuur 7



6p **14** □ Bereken x in gehele centimeters nauwkeurig als $\alpha = \frac{1}{6}\pi$. Gebruik figuur 7 waarin te zien is dat $x = PQ - QF + AE$.

De afstand van R tot PQ kan in α uitgedrukt worden en met behulp van die afstand kan het verband tussen x en α gevonden worden.

Voor $0 \leqq \alpha \leqq \pi$ geldt de formule:

$x = 200 - 40\cos\alpha + 40\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}$

5p **15** □ Toon de juistheid van deze formule aan voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$.

5p **16** □ Toon aan dat $\dfrac{dx}{d\alpha} = 40\sin\alpha \cdot \left(1 - \dfrac{4\cos\alpha}{\sqrt{9 - 4\sin^2\alpha}}\right)$

Neem aan dat de huls H zo is vastgeklemd dat $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

Iemand schroeft de huls los en schuift hem iets omhoog.

4p **17** □ Onderzoek met behulp van $\dfrac{dx}{d\alpha}$ of het vrije uiteinde A dan ook omhoog gaat.