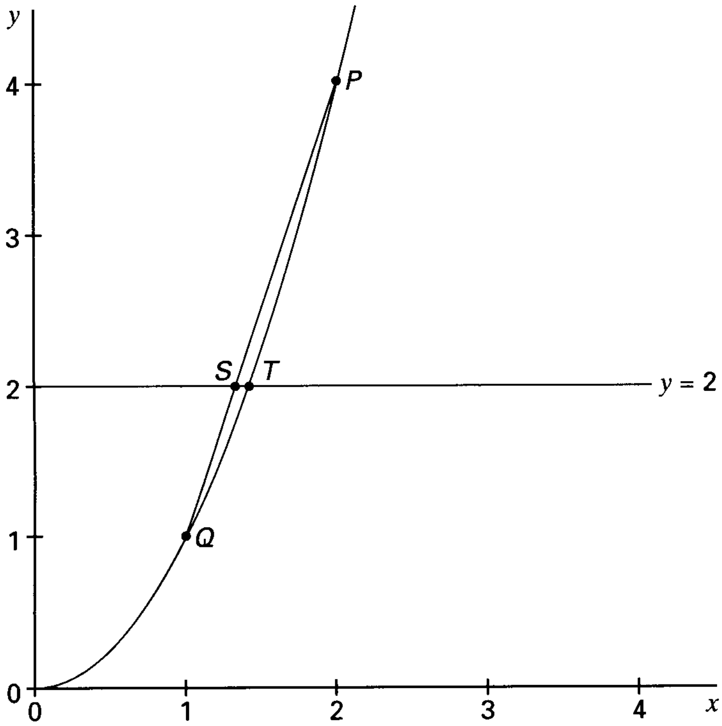
Opgave 1

figuur 1



In figuur 1 zijn een deel van de parabool $y = x^2$ en een deel van de lijn $y = 2$ getekend.
De punten $P(2, 4)$ en $Q(1, 1)$ liggen op de parabool.
Het lijnstuk PQ snijdt de lijn $y = 2$ in een punt S.
T is het snijpunt van de parabool en de lijn $y = 2$.

5p 1 □ Bereken de lengte van ST in twee decimalen nauwkeurig.

Bij de vragen 2, 3 en 4 laten we Q tussen O en T op de parabool bewegen, terwijl P het punt (2, 4) blijft. Lijnstuk PQ verandert steeds van richting en punt S verandert van plaats.
De x-coördinaat van Q stellen we gelijk aan a.

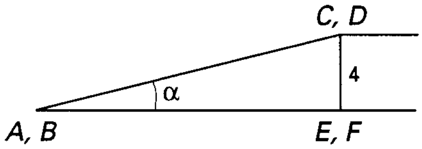
4p 2 □ Toon aan dat de richtingscoëfficiënt van PQ gelijk is aan $2 + a$.

5p 3 □ Toon aan dat de x-coördinaat van S gelijk is aan $2 - \dfrac{2}{2 + a}$.

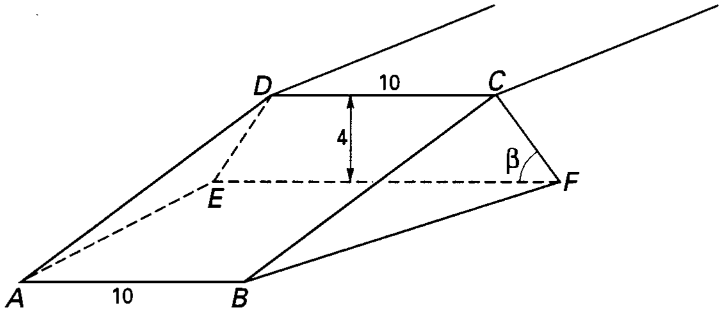
5p 4 □ Bereken voor welke waarden van a de lengte van lijnstuk ST kleiner is dan 0,01. Geef de grenzen in twee decimalen nauwkeurig.

Opgave 2 Oprit

figuur 2 en 3



2



3

Een oprit van een viaduct heeft een hellingshoek α, met α < 90° (zie zijaanzicht in figuur 2). De viaducthoogte is 4 m en de wegbreedte *AB* is 10 m. In figuur 3 en op de bijlage is in parallelprojectie een model van zo'n oprit getekend (niet op schaal). De oprit loopt aan de zijkanten schuin af naar beneden, maar vlak *EFCD* is verticaal. Vierhoek *EFCD*, in figuur 3 evenwijdig aan het tafereel getekend, is een gelijkbenig trapezium; hierin is $\angle CFE = \beta$, met $\beta < 90°$.

4p **5** □ Teken in de figuur op de bijlage het punt *G* op *EF* waarvoor geldt dat $\angle CBG = \alpha$. Licht je werkwijze toe.

De hoeveelheid zand (in m^3) die nodig is voor het aanleggen van de oprit noemen we *V*. *V* kan worden uitgedrukt in α en β door

$$V = \frac{240 \tan \beta + 64}{3 \tan \alpha \tan \beta}$$

7p **6** □ Toon dit aan.

Bij een hellingshoek α van 2° blijkt 2800 m^3 zand te zijn gebruikt.

5p **7** □ Bereken in dat geval β in graden nauwkeurig.

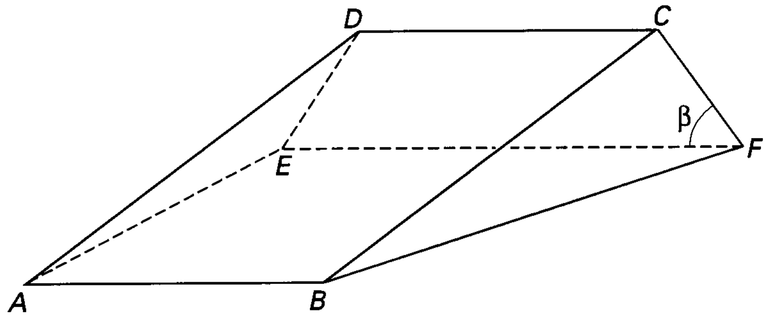
Neem in het vervolg van deze opgave β = 45°.
We onderzoeken nu wat bij deze keuze van β het effect is van een verandering van de hellingshoek α op *V*.

3p **8** □ Bereken $\frac{dV}{d\alpha}$, waarbij α is uitgedrukt in radialen.

3p **9** □ Toon aan dat bij toename van α met 0,01 radiaal *V* met ongeveer $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ afneemt.

Bijlage bij opgave 2

Opgave 2



Opgave 3 Karperlarven

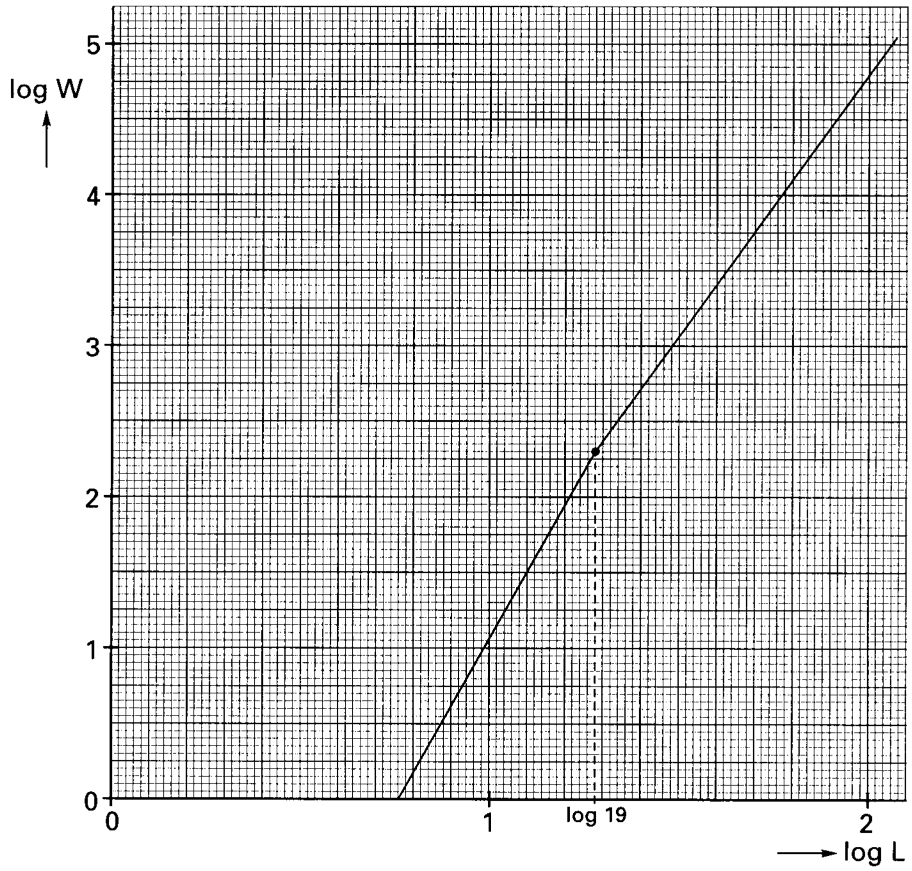
Voor opgroeiende karperlarven kleiner dan 19 mm bestaat het volgende verband tussen lengte en gewicht:

$W = 10^a \cdot L^b$, waarbij

W het gewicht is in mg en L de lengte in mm.
a en b zijn constanten.
Voor karperlarven groter dan 19 mm geldt net zo'n formule maar met andere waarden voor a en b.

3p 10 □ Leid uit de gegeven formule een uitdrukking voor L af, waarin L wordt uitgedrukt in W, a en b.

figuur 4



De twee lijnstukken in de grafiek van figuur 4 geven het verband weer tussen de logaritme van de lengte en de logaritme van het gewicht van karperlarven.

5p 11 □ Bereken met behulp van figuur 4 in mg nauwkeurig hoeveel een karperlarve van 12 mm weegt.

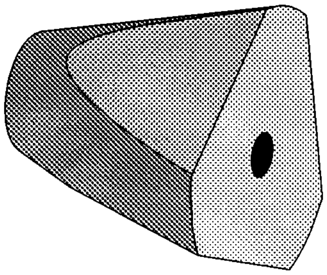
7p 12 □ Bereken met behulp van figuur 4 voor karperlarven kleiner dan 19 mm de constanten a en b in de formule voor W. Geef de antwoorden in gehelen nauwkeurig.

Iemand beweert dat alle karperlarven vanaf 19 mm niet meer van vorm veranderen. Dit betekent dat hun gewicht evenredig is met de derde macht van hun lengte.

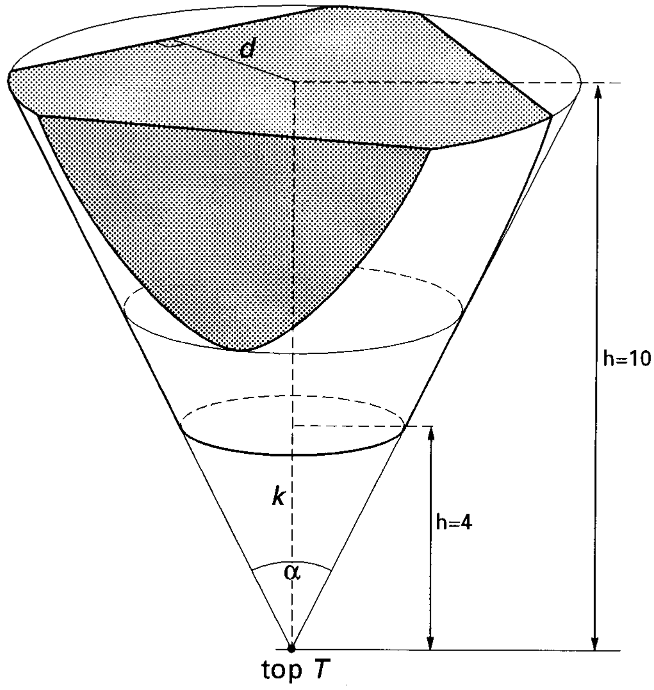
6p 13 □ Onderzoek of de grafiek hiermee in overeenstemming is.

Opgave 4 Kraanknop

figuur 5 en 6



5



6

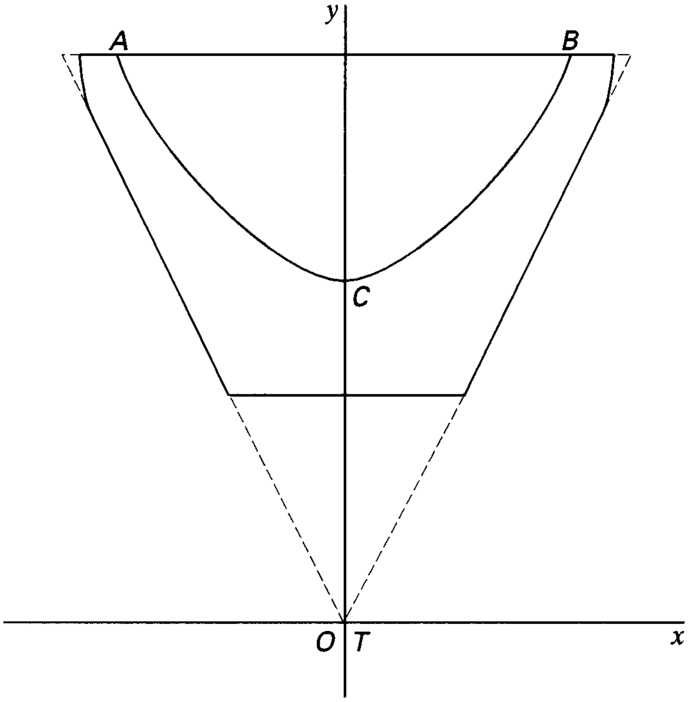
Figuur 5 is een tekening van een kraanknop. In figuur 6 zie je dat zo'n kraanknop bestaat uit een afgeknotte kegel waar op regelmatige wijze drie gelijke stukken afgehaald zijn. De drie krommen die ontstaan zijn door het 'afsnijden' van de stukken van de kegel, liggen in vlakken die evenwijdig zijn met de as k van de kegel. De afstand van deze vlakken tot k is d (zie figuur 6). De onderkant van de kraanknop bevindt zich op hoogte 4 boven de top. De hoogte van het bovenvlak van de knop is 10. De tophoek van de kegel heet α. Gegeven is dat $\tan \frac{1}{2}\alpha = 0{,}5$ en $d = 3$.

4p 14 □ Teken zo nauwkeurig mogelijk het bovenaanzicht van de kraanknop. Licht je werkwijze toe.

15 □ Bereken in 1 decimaal nauwkeurig de oppervlakte van het bovenvlak van de knop.

6p 16 □ Teken de doorsneden van de knop met horizontale vlakken op de hoogten $h = 5$ en $h = 8$ boven de top T. Licht je werkwijze toe.

figuur 7



In figuur 7 is een zijaanzicht van de kraanknop getekend in de richting loodrecht op één van de snijvlakken; er is een assenstelsel aangebracht.

Een vergelijking van de kromme door de punten A, B en C in figuur 7 is van de vorm $y = \sqrt{ax^2 + c}$.

4p **17** □ Toon aan dat $a = 4$ en $c = 36$.

De getekende kromme in figuur 7 is geen parabool. Er bestaat echter wel een parabool door A en B met top C.
Punten tussen A en B op de parabool en op de getekende kromme met gelijke x-coördinaten hebben voor $x \neq 0$ verschillende y-coördinaten.

6p **18** □ Bereken hoe groot de afstand van deze twee punten maximaal is.