

■ Opgave 1

In deze opgave onderzoeken we een functie f , waarvan de afgeleide functie bestaat voor iedere waarde van x . De functie f wordt door twee verschillende formules gegeven: een formule voor $x \leq 3$ en een formule voor $x \geq 3$. Voor $x = 3$ leveren beide formules dezelfde functiewaarde.

De formule voor $x \leq 3$ luidt:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

De formule voor $x \geq 3$ kun je bepalen als je gebruik maakt van het volgende extra gegeven:

De grafiek van de afgeleide functie f' is symmetrisch ten opzichte van de lijn $x = 3$.

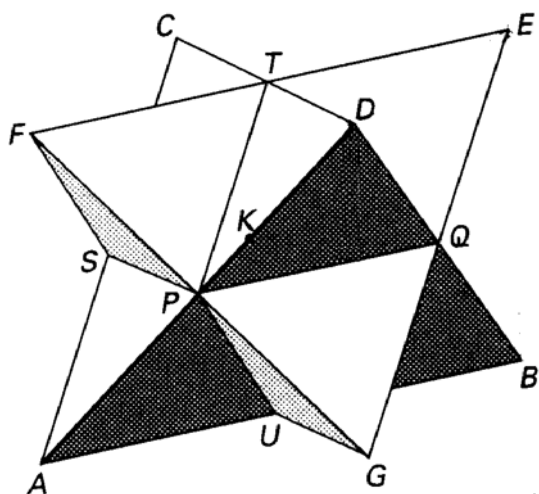
- 6 p 1 Teken de grafiek van de afgeleide functie f' , en stel een formule op voor de afgeleide functie f' voor $x \geq 3$.

Een formule voor de functie f voor $x \geq 3$ is van de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$.

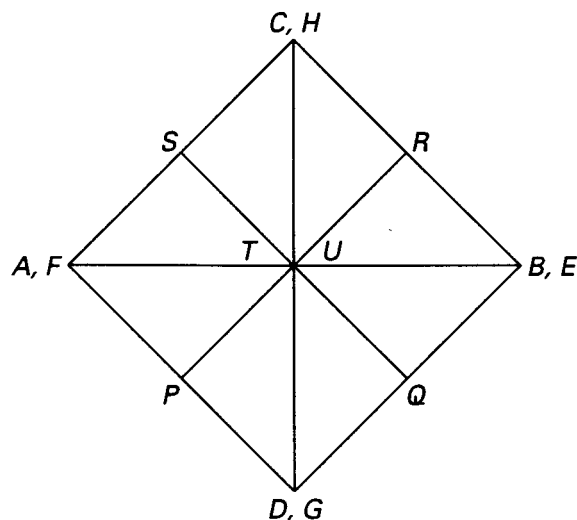
- 4 p 2 Bereken a , b en c .
- 4 p 3 Bereken de extreme waarden van f .
- 4 p 4 Teken de grafiek van f voor $-1 \leq x \leq 7$.
- 2 p 5 Teken de grafiek van de tweede afgeleide f'' voor $x \neq 3$.

Opdracht 2 Keplerster

figuur 1



figuur 2



In figuur 1 is de Keplerster getekend, genoemd naar de astronoom Johannes Kepler (1571-1630). In figuur 2 is het bovenaanzicht van die ster getekend.

In de Keplerster kun je twee regelmatige viervlakken onderscheiden, $ABCD$ en $EFGH$, die even groot zijn. Elke ribbe van zo'n viervlak is 6 cm.

Viervlak $ABCD$ en viervlak $EFGH$ doordringen elkaar zo dat de ribben middendoor gedeeld worden.

P , Q , R , S , T en U zijn de middens van de ribben van de twee viervlakken.

- 5 p 6 □ Bereken de totale buitenoppervlakte van de Keplerster.

Een punt K ligt zo op het lijnstuk PD dat $PK : KD = 1 : 2$.

Een mier start in punt K en kruipt zo over het buitenoppervlak van de ster dat de afstand tot vlak $AGBH$ steeds gelijk blijft.

Uiteindelijk komt de mier weer in K uit.

In het bovenaanzicht is deze route niet geheel zichtbaar.

- 7 p 7 □ Teken in het bovenaanzicht op de bijlage de volledige route van de mier, waarbij het niet zichtbare gedeelte gestippeld moet worden, en bereken de lengte van de rondwandeling.

De twee viervlakken hebben een lichaam L als gemeenschappelijk deel. Op de bijlage is een begin gemaakt van de tekening van dat lichaam in parallelprojectie.

- 4 p 8 □ Voltooi de tekening op de bijlage. Licht je werkwijze toe.

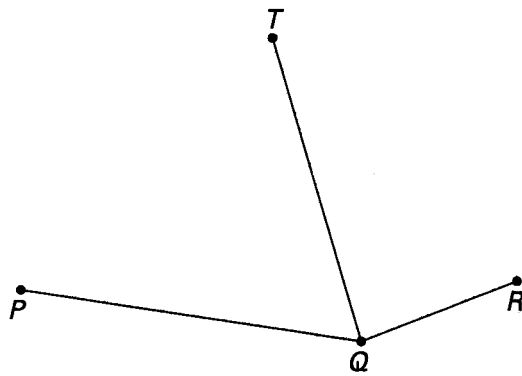
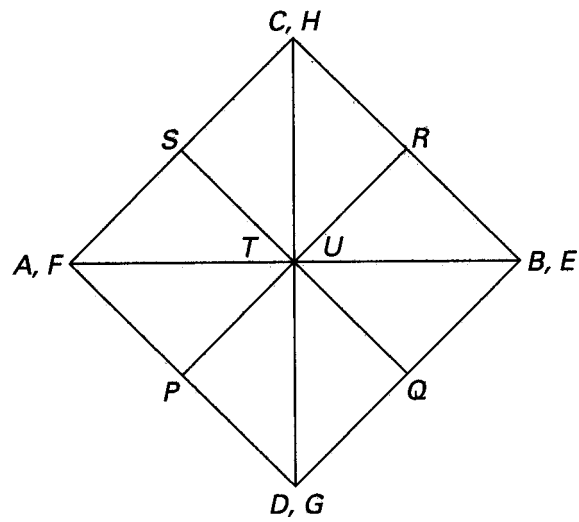
- 6 p 9 □ Bereken de hoek van de vlakken PQD en PQG in graden nauwkeurig.

De Keplerster past precies in een kubusvormig doosje, met de punten A , G , B en H op de bodem.

- 6 p 10 □ Toon aan dat de inhoud van de ster precies de helft is van de inhoud van het doosje.

Bijlage bij opgave 2

Opgave 2



■ Opgave 3 Lawaai

Geluid is een trilling in de lucht die door het gehoororgaan waargenomen wordt. De intensiteit I van geluid wordt uitgedrukt in Watt per vierkante meter (W/m^2). Uit experimenten blijkt dat geluid met een intensiteit van een biljoenste (10^{-12}) W/m^2 voor jonge mensen nog net hoorbaar is. Dit wordt de gehoorgrens genoemd. Het andere uiterste is de pijngrens; de intensiteit hiervan ligt rond de 10 W/m^2 . De geluidsintensiteit van het tikken van een horloge op een afstand van één meter komt ongeveer overeen met de gehoorgrens; het geluid van een opstijgend straalvliegtuig van nabij komt ongeveer overeen met de pijngrens.

Uit de intensiteit I leidt men een meer praktische grootte af, het *geluiddrukkniveau* L , volgens de formule:

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

waarbij I_0 de geluidsintensiteit is die hoort bij de gehoorgrens, dus $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

De eenheid van geluiddrukkniveau heet decibel, afgekort dB, genoemd naar Alexander Graham Bell, de uitvinder van de telefoon.

- 3 p 11 □ Bereken de geluiddrukkniveaus die horen bij de gehoorgrens en de pijngrens.

Op een zekere afstand produceren twee personenauto's elk een geluiddrukkniveau van 80,0 dB. De geluidsintensiteit is twee maal de geluidsintensiteit van één personenauto.

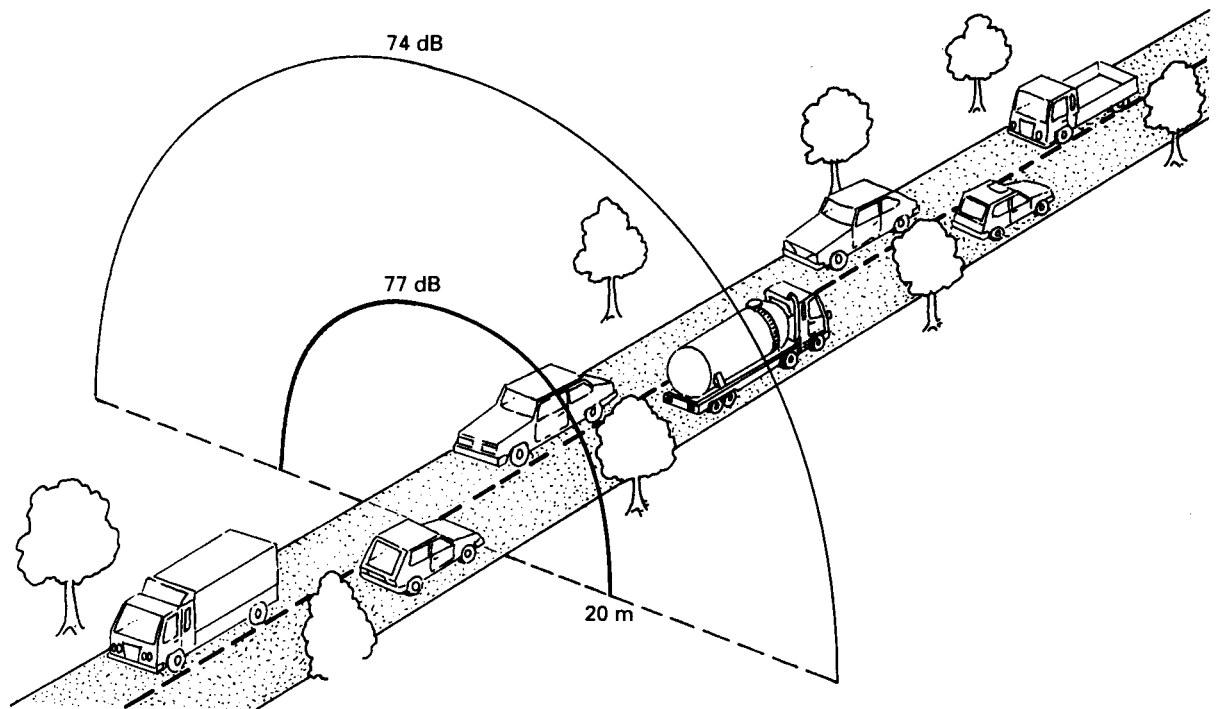
- 4 p 12 □ Bereken de waarde van hun gezamenlijk geluiddrukkniveau in één decimaal nauwkeurig.

Het verkeerslawaai in de buurt van een verkeersweg is onder meer afhankelijk van de afstand tot de weg. Voor afstanden van 20 tot 1000 meter gebruikt men de volgende formule:

$$L = L_0 - 10 \log(2\pi R)$$

- . R is de afstand tot de as van de weg in meters.
 - . L_0 is het geluiddrukkniveau van het verkeer op de as van de weg.
 - . L is het geluiddrukkniveau op R meter afstand van de as van de weg.
- Bij een afstand van $R = 20$ m behoort een geluiddrukkniveau van 77 dB (zie ook figuur 3).

figuur 3

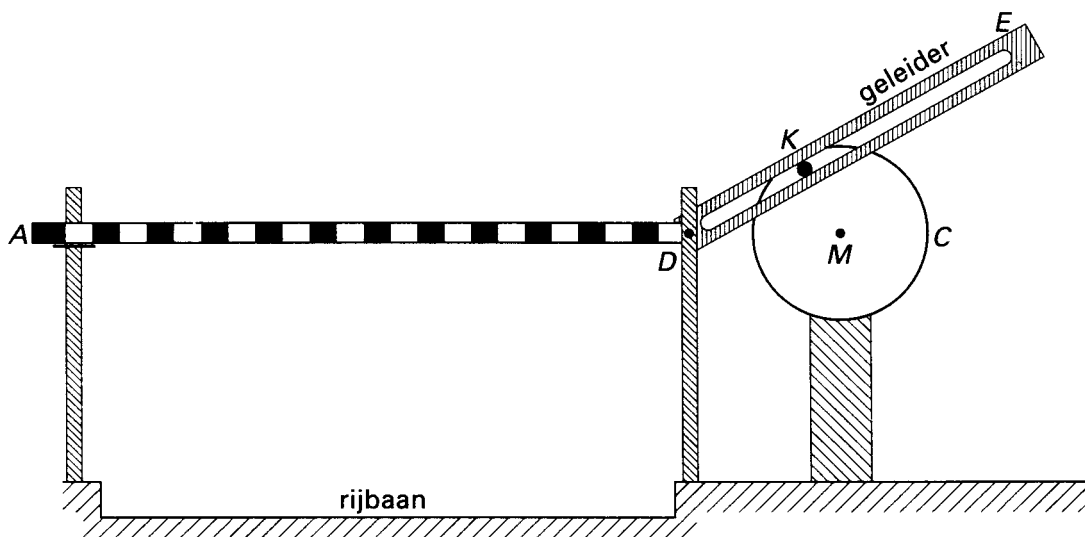


- 7 p 13 □ Bereken in meters nauwkeurig welke afstand R behoort bij een geluidrukniveau van 74 dB.

Opdracht 4 Slagboom

De uitgang van een parkeergarage wordt afgesloten door een slagboom. Deze bestaat uit een rood-wit gekleurde balk AD , waaraan onder een vaste hoek ADE een geleider DE is gemonteerd. Deze geleider is een beugel met een gleuf. Zie figuur 4.

figuur 4

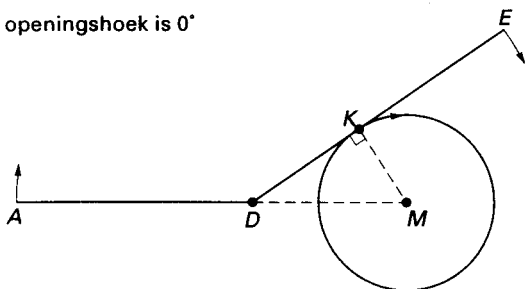


Als de cirkelschijf C draait, beweegt een metalen knop K die op de cirkelschijf gemonteerd is, heen en weer door die gleuf.

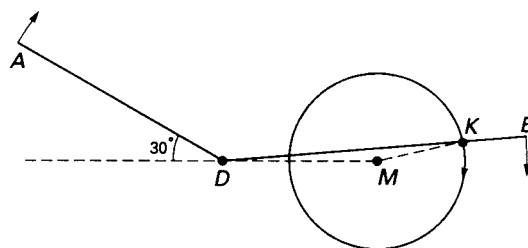
Tegelijkertijd trekt knop K in zijn baan om M de beugel DE omlaag, zodat de rood-witte balk AD om het draaipunt D open draait. Bij doordraaien van cirkelschijf C trekt K vanaf een gegeven moment de beugel DE weer omhoog, zodat AD weer dicht gaat. Zie ook de afbeeldingen in figuur 5. In deze opgave worden balk en beugel opgevat als lijnstukken.

figuur 5

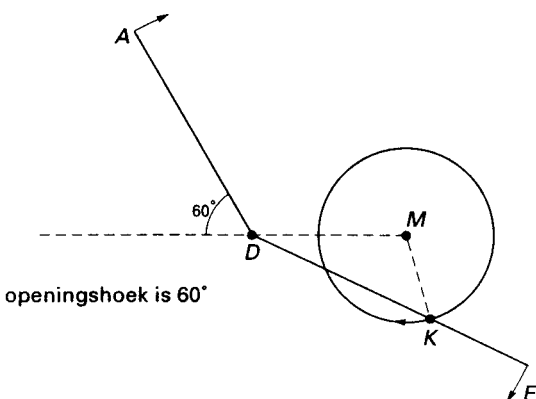
openingshoek is 0°



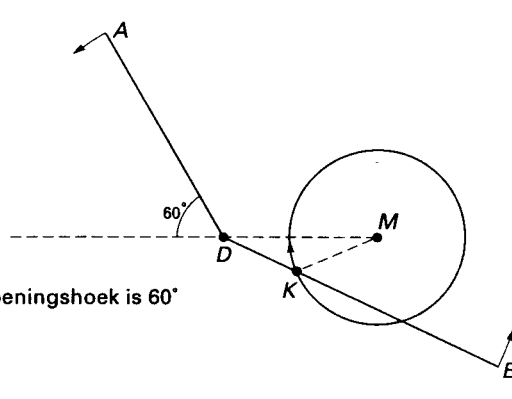
openingshoek is 30°



openingshoek is 60°



openingshoek is 60°

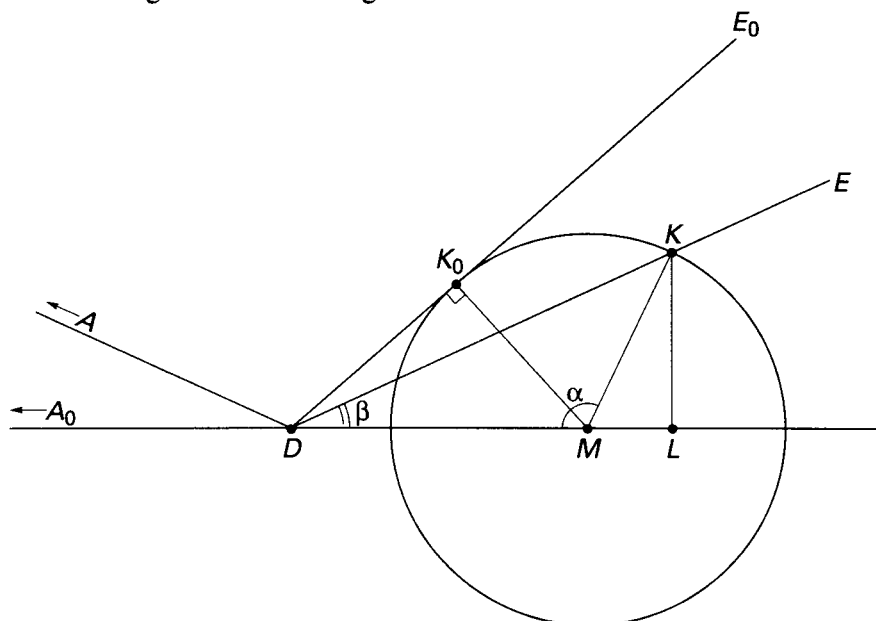


Eindexamen wiskunde B havo 1995-I

Middelpunt M en draaipunt D liggen even hoog.
 Gegeven is verder: $DM = 30$ cm en $KM = 20$ cm.

- 4 p 14 □ Bereken in graden nauwkeurig de hoek ADE .

figuur 6



In de ruststand (met horizontale slagboom) bevindt K zich in de positie K_0 (zie figuur 6). Bij een willekeurige positie van K noemen we $\angle DMK = \alpha$ en $\angle MDK = \beta$. De projectie van K op de lijn DM noemen we L .

- 4 p 15 □ Teken in de figuur op de bijlage de positie van DE en K in het geval dat de slagboom zo ver mogelijk open is. Licht je werkwijze toe.
- 4 p 16 □ Bereken de maximale openingshoek van de slagboom in graden nauwkeurig.
- 4 p 17 □ Toon aan dat zowel voor $0 < \alpha < 90^\circ$ als voor $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ geldt:
 $DL = 30 - 20 \cos \alpha$.

Voor het verband tussen de hoeken α en β geldt:

$$\tan \beta = \frac{2 \sin \alpha}{3 - 2 \cos \alpha}.$$

- 4 p 18 □ Leid deze formule af. Je mag je hierbij beperken tot het geval $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Het rechterlid van de formule voor $\tan \beta$ noemen we $f(\alpha)$, waarbij α uitgedrukt wordt in radialen en $0 \leq \alpha < 2\pi$.

De maximale waarde van β hoort bij de maximale waarde van $\tan \beta$ en dus bij de maximale waarde van $f(\alpha)$. Deze waarde zal corresponderen met de ruststand van de slagboom ($K = K_0$).

- 8 p 19 □ Bereken met behulp van de afgeleide $f'(\alpha)$ de maximale waarde van

$f(\alpha) = \frac{2 \sin \alpha}{3 - 2 \cos \alpha}$ en laat zien dat het antwoord inderdaad behoort bij de ruststand van de slagboom.

Opgave 4

