

## Kwelders

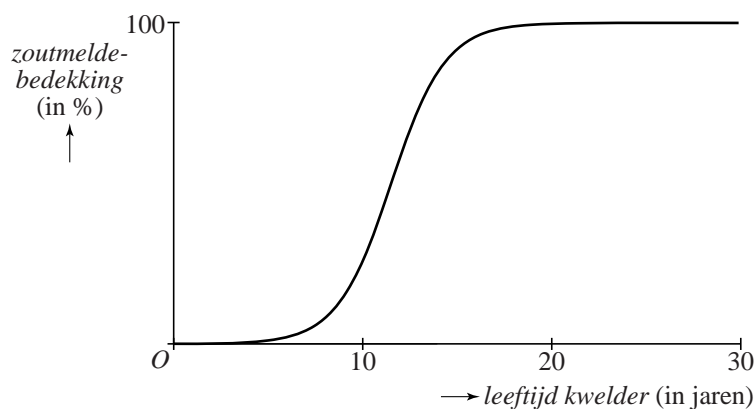
De vorm van eilanden, bijvoorbeeld in de Waddenzee, verandert voortdurend. De zee spoelt stukken strand weg en op andere plekken ontstaat juist nieuw land. Deze nieuwe stukken land worden kwelders genoemd.

Een plant die op kwelders groeit, is de zoutmelde. Het verband tussen de leeftijd van een kwelder en het percentage van de bodem dat bedekt is met zoutmelde kan bij benadering beschreven worden door de formule:

$$P(t) = \frac{100}{1 + 3000 \cdot 0,5^t}$$

Hierin is  $P$  het percentage van de kwelder dat bedekt is met zoutmelde en  $t$  de leeftijd van de kwelder in jaren. In figuur 1 is de bijbehorende grafiek getekend.

**figuur 1**



- 3p 1 Bereken na hoeveel jaar de helft van een kwelder bedekt is met zoutmelde. Rond je antwoord af op een geheel aantal jaren.

Zoutmelde neemt na verloop van tijd de plaats in van een deel van de planten die door ganzen worden gegeten. Ganzen eten de zoutmelde niet. Daarom heeft de hoeveelheid zoutmelde invloed op het aantal ganzen. Het gemiddelde aantal ganzen per vierkante kilometer kwelder hangt dus af van de leeftijd van de kwelder. Dit verband kan vanaf het vierde jaar bij benadering beschreven worden door de formules:

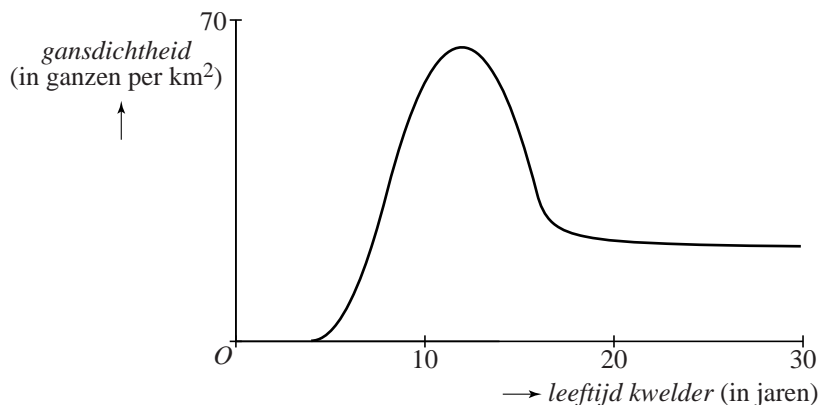
$$G_1(t) = 2(t-4)^2 \quad \text{voor } 4 \leq t \leq 8$$

$$G_2(t) = -2(t-12)^2 + 64 \quad \text{voor } 8 \leq t \leq 16$$

$$G_3(t) = \frac{80t - 1184}{4t - 61} \quad \text{voor } t \geq 16$$

Hierin zijn  $G_1$ ,  $G_2$  en  $G_3$  de gansdichtheden in de verschillende periodes en is  $t$  de leeftijd van de kwelder in jaren. De **gansdichtheid** is het gemiddelde aantal ganzen per vierkante kilometer kwelder. In figuur 2 zijn de bijbehorende grafieken getekend.

**figuur 2**



De grafieken van de eerste twee periodes sluiten vloeiend op elkaar aan. Dit betekent dat aan de volgende twee voorwaarden is voldaan:

- 1 de formules hebben voor  $t = 8$  dezelfde uitkomst;
- 2 de hellingen van de grafieken zijn voor  $t = 8$  aan elkaar gelijk.

4p **2** Toon op algebraïsche wijze aan dat aan beide voorwaarden is voldaan.

Gedurende een aantal jaren ligt de gansdichtheid boven de 40 (ganzen per  $\text{km}^2$ ).

4p **3** Bereken gedurende hoeveel jaar dit het geval is.

Als de kwelder op den duur grotendeels is begroeid met zoutmelde is het voor de ganzen moeilijk om voedsel te vinden. Toch blijven er dan ganzen op de kwelder komen. In figuur 2 is te zien dat de gansdichtheid op de lange duur tot een bepaalde grenswaarde daalt.

3p **4** Onderzoek hoe groot deze grenswaarde volgens de formule voor  $G_3$  is.