

## Bevolkingsdichtheid

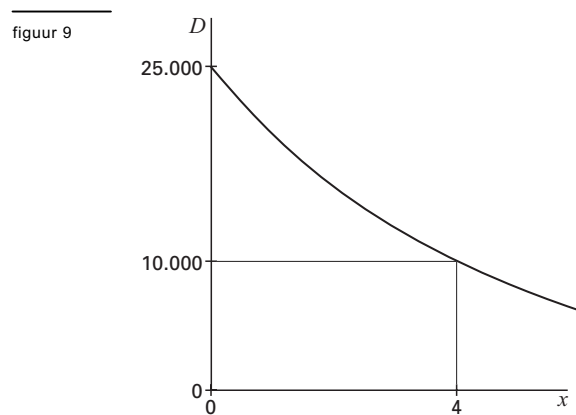
Wijken in een stad die dicht bij het centrum liggen zijn dichter bevolkt dan wijken verder van het centrum af.

In 1950 begon men een onderzoek naar het verband tussen de bevolkingsdichtheid in een stad en de afstand tot het stadscentrum.

De bevolkingsdichtheid  $D$  in een punt  $P$  is het aantal inwoners in een cirkelvormig gebied rond  $P$  met een oppervlakte van  $1 \text{ km}^2$ .

In figuur 9 zie je een grafiek die voor een bepaalde stad het verband tussen de afstand  $x$  tot het stadscentrum (in km) en de bevolkingsdichtheid  $D$  weergeeft.

Uit deze grafiek kun je aflezen dat op een afstand van 4 kilometer van het stadscentrum de bevolkingsdichtheid gelijk is aan 10 000 inwoners per  $\text{km}^2$ .



Bij de grafiek van figuur 9 hoort de exponentiële formule  $D = a \cdot e^{-bx}$ . Hierin zijn  $a$  en  $b$  constanten.

- 4p **17**  Bereken met behulp van figuur 9 de waarden van  $a$  en  $b$ . Rond in je antwoord gevonden waarden die niet geheel zijn af op twee decimalen.

Voor een tweede stad heeft men het volgende lineaire verband tussen  $\ln(D)$  en  $x$  gevonden:

$$\ln(D) = 10 - 0,2x$$

- 5p **18**  Toon algebraïsch aan dat bij benadering geldt:  $D = 22\,000 \cdot e^{-0,2x}$ .

Later heeft men ontdekt dat de aan het begin gegeven formule  $D = a \cdot e^{-bx}$  dikwijls niet voldoet, omdat vanuit het centrum gezien de dichtheid eerst toeneemt en vervolgens weer afneemt.

Voor de tweede stad leverde dit een nieuwe formule op:  $D = 22\,000 \cdot e^{0,2x - 0,075x^2}$ .

De grafiek van  $D$  is in figuur 10 getekend.

- 5p **19**  Bereken met behulp van differentiëren op welke afstand van het centrum de bevolkingsdichtheid maximaal is.

