

Derdegraadsfunctie

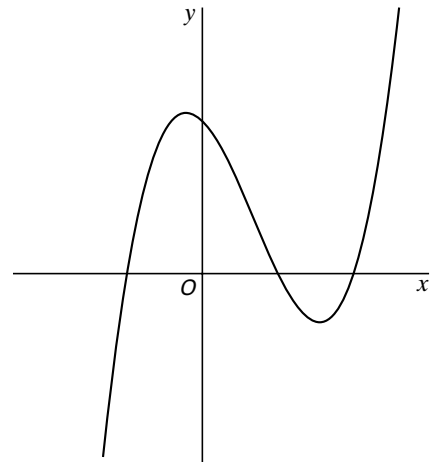
In figuur 1 is de grafiek getekend van de functie

figuur 1

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x - 2).$$

- 3p **1** Toon langs algebraïsche weg aan dat voor de afgeleide functie f' geldt

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1.$$



- 4p **2** Lijn l raakt de grafiek van f in het punt $A(-3, -40)$.
Stel langs algebraïsche weg een vergelijking op van lijn l .

- Er is één horizontale lijn boven de x -as die met de grafiek van f precies twee punten gemeenschappelijk heeft. Die twee punten worden B en C genoemd.
- 7p **3** Bereken de lengte van BC . Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Windenergie

De laatste jaren wordt een steeds grotere hoeveelheid stroom opgewekt door wind.

Voor het omzetten van windenergie in electriciteit gebruikt men windturbines. De energieproductie per tijdseenheid wordt het vermogen genoemd.

De eenheid van vermogen is watt.

In figuur 2 is een windturbine getekend.

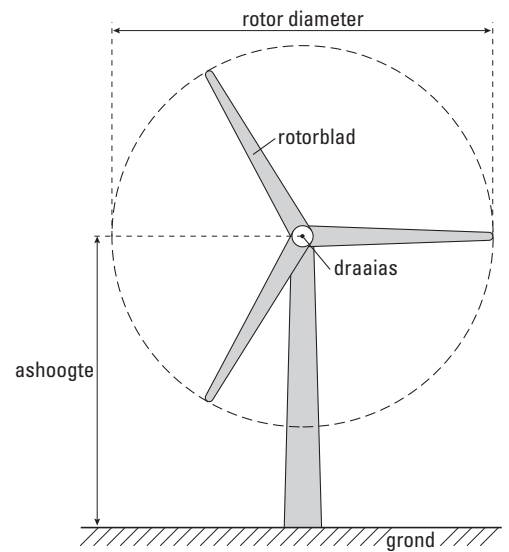
Het vermogen van een windturbine hangt hoofdzakelijk af van:

- de ashoogte;
- de windsnelheid;
- de rotordiameter.

Uit metingen blijkt:

Een toename van de ashoogte met 1 meter levert 1% meer vermogen op.

figuur 2



- 3p 4 Laat met een berekening zien dat een toename van de ashoogte met 15 meter ongeveer 16% meer vermogen oplevert.

Voor een bepaald type windturbine met vaste ashoogte en vaste rotordiameter geldt:

- de turbine treedt in werking bij windsnelheden vanaf 4 m/s;
- bij windsnelheden van 4 tot en met 15 m/s geldt voor het vermogen P (in kilowatt)
 $P = 0,195 \cdot V^3$, waarbij V de windsnelheid is in m/s;
- bij windsnelheden van 15 tot 25 m/s laat men de draaisnelheid van de turbine om veiligheidsredenen niet verder toenemen: het geleverde vermogen blijft daardoor op een constant peil;
- bij windsnelheden vanaf 25 m/s wordt de turbine uitgeschakeld.

- 6p 5 Teken op de bijlage bij vraag 5 voor windsnelheden van 0 m/s tot 30 m/s de grafiek van het vermogen als functie van de windsnelheid V .

Voor het vermogen van een windturbine van het type Eolus geldt de volgende formule:

$$P = 0,0001 \cdot V^3 \cdot D^2$$

P is het vermogen in kilowatt; V is de windsnelheid in m/s; D is de rotordiameter in m.

Een bepaalde windturbine van het type Eolus heeft een rotordiameter van 47 meter.

- 4p 6 Bereken bij welke windsnelheid deze turbine een vermogen van 750 kilowatt geeft. Geef je antwoord in gehele m/s.

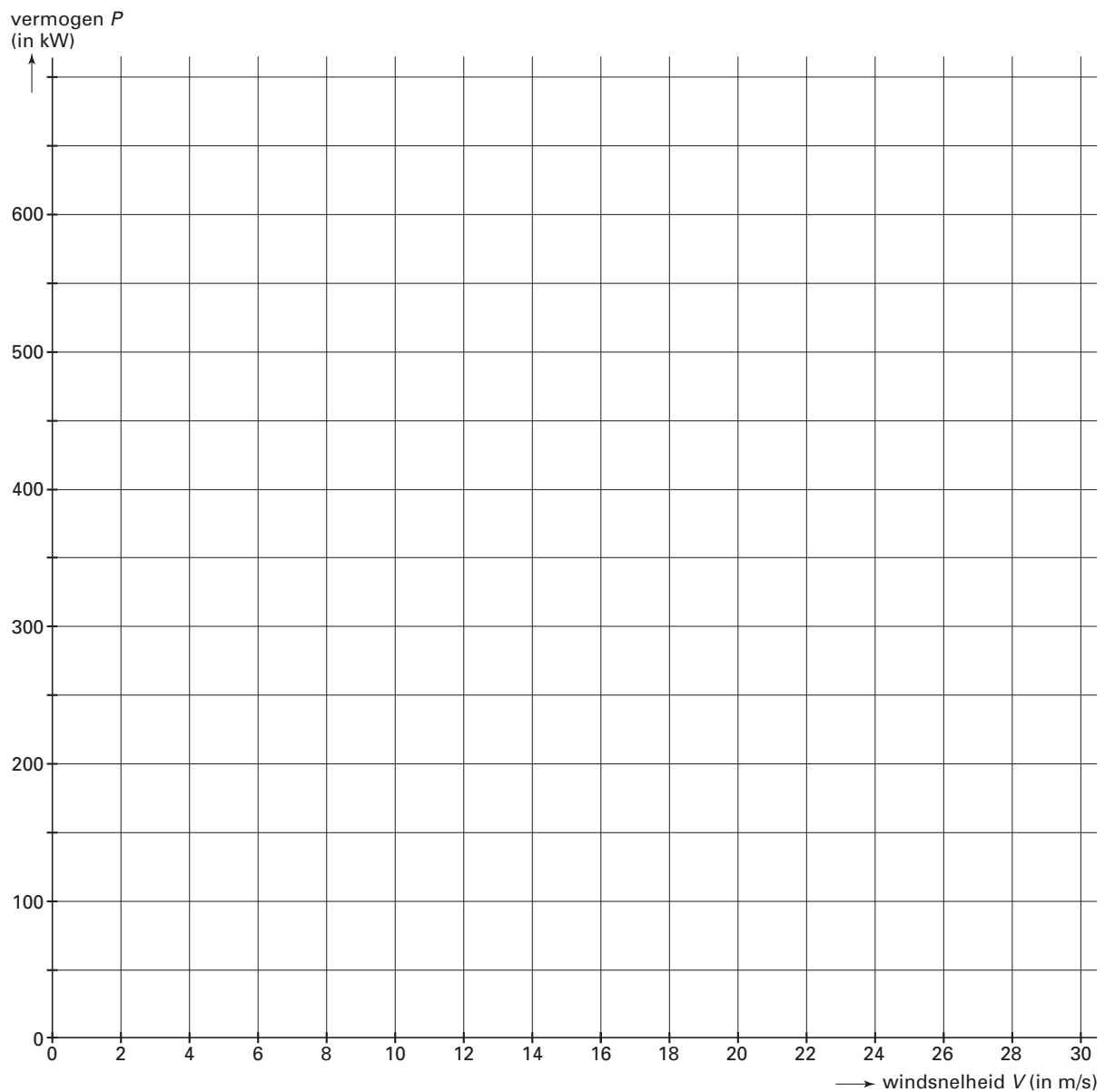
Windturbines van het type Eolus kunnen ook een vermogen van 750 kilowatt leveren bij andere combinaties van V en D .

Met behulp van de grafische rekenmachine kan dit in een grafiek worden weergegeven. Neem hierbij voor D waarden van 40 tot en met 80 meter.

- 6p 7 Teken deze grafiek op de bijlage bij vraag 7 én geef aan welke formule je daartoe in de grafische rekenmachine hebt ingevoerd.

Bijlage bij de vragen 5 en 7

Vraag 5



Kaasdoos

In een kaaswinkel is het mogelijk om Leerdammer kaas te laten verpakken in een cadeauverpakking van karton. Zie de foto hiernaast.

foto

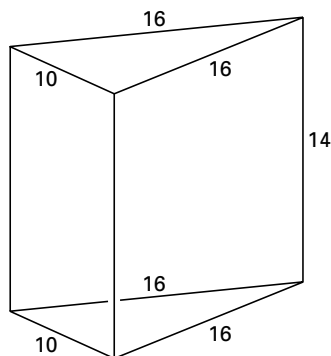


Bij de volgende vragen gaan we steeds uit van een model van deze kaasdoos. Dit model is ontstaan uit een recht driezijdig prisma (figuur 3) door daaruit twee gelijke stukken weg te halen. Zie figuur 4.

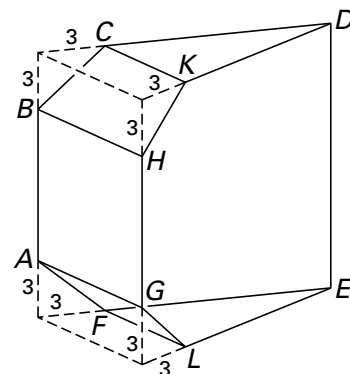
De lijnen CK , BH , AG en FL zijn evenwijdig.

De afmetingen in de figuren 3 en 4 zijn gegeven in cm.

figuur 3



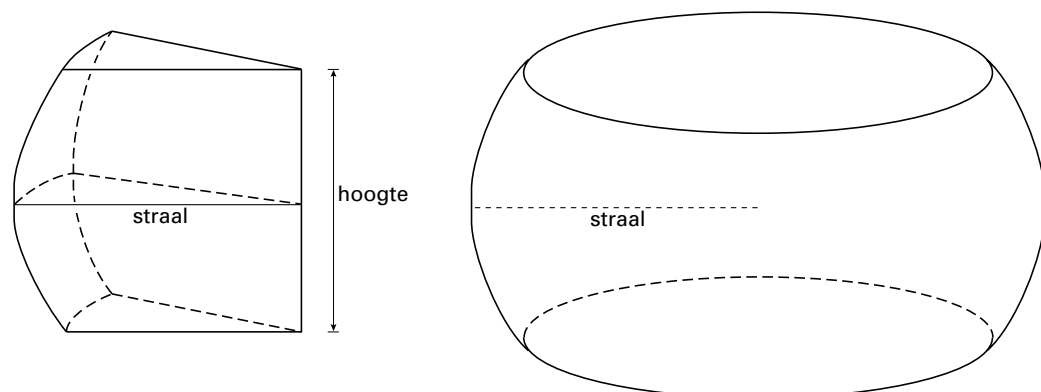
figuur 4



In figuur 5 is een punt van een Leerdammer kaas getekend, met daarnaast de gehele kaas.

De hoogte van deze kaas is gelijk aan DE uit figuur 4 en de straal is gelijk aan de afstand van DE tot het vlak $BHGA$.

figuur 5



De Leerdammer kaas wordt in een aantal gelijke punten gesneden, zoals in figuur 5. Elke punt wordt verpakt in een kaasdoos. Hoe kleiner de punten, hoe meer kaasdozen er nodig zijn.

5p **8** □ Bereken het minimale aantal kaasdozen dat nodig is om al deze punten te verpakken.

Eindexamen wiskunde B1-2 havo 2001-II

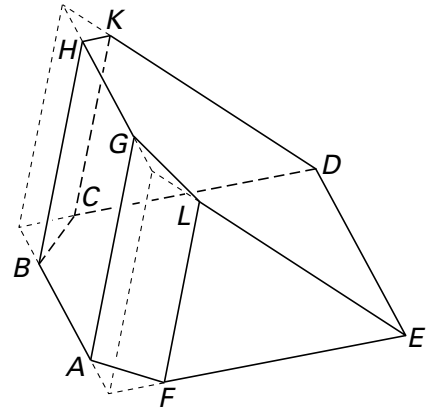
- 3p **9** Er geldt dat CK gelijk is aan 8,125 cm.
 Toon dat aan.

Van de kaasdoos van figuur 4 kan de oppervlakte berekend worden.
 Van vierhoek $BHKC$ is al berekend dat de oppervlakte afgerond gelijk is aan $37,5 \text{ cm}^2$.

- 7p **10** Bereken de oppervlakte van de gehele kaasdoos van figuur 4. Geef je antwoord in hele cm^2 nauwkeurig.

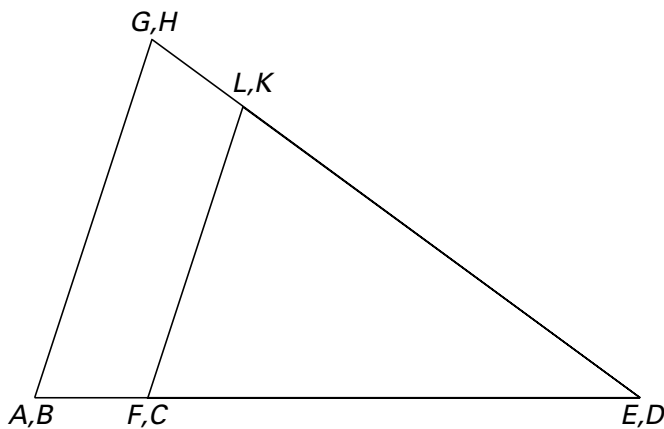
De kaasdoos van figuur 4 wordt zo gekanteld dat hij met het vlak $AFEDCB$ horizontaal op een tafel ligt. Zie figuur 6.

figuur 6



In figuur 7 is het aanzicht van de kaasdoos getekend in de kijkrichting evenwijdig met AB , op schaal 1 : 2.

figuur 7

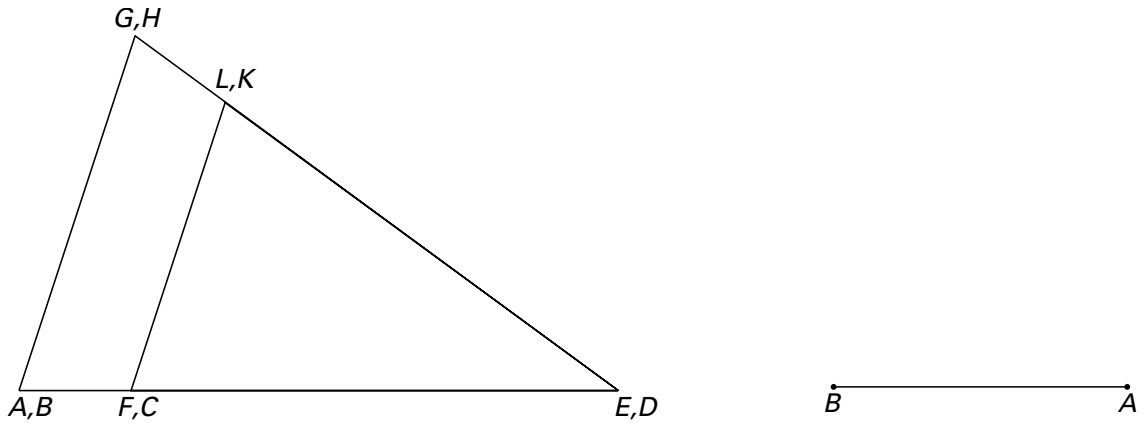


Deze figuur staat ook op de bijlage bij vraag 11.
 Op de bijlage bij vraag 11 is ook een begin getekend van het aanzicht van de kaasdoos waarbij de kijkrichting evenwijdig is aan CD , schaal 1 : 2.

- 7p **11** Maak de tekening van dit aanzicht op de bijlage af. Zet alle letters erbij.

Bijlage bij vraag 11

Vraag 11



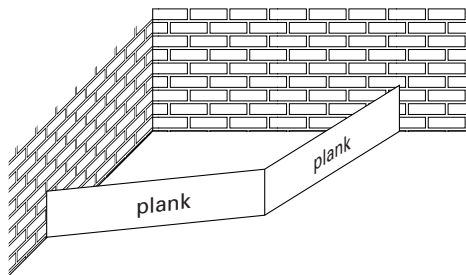
Zandbak

In een hoek van een tuin wordt een zandbak gemaakt. Hiervoor worden twee planken van elk 1 meter lengte gebruikt. Zie figuur 8.

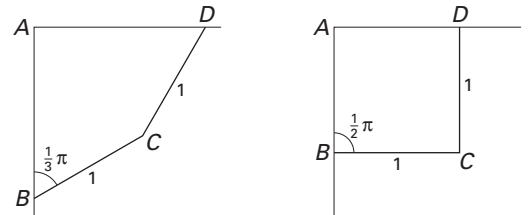
De planken worden zo geplaatst, dat het bovenaanzicht van de zandbak een symmetrische vierhoek is.

In figuur 9 is van twee mogelijke situaties het bovenaanzicht op schaal getekend. In de volgende vragen worden de hoeken steeds in radialen uitgedrukt.

figuur 8



figuur 9



In het bovenaanzicht geldt steeds

- $AB = AD$;
- $BC = CD = 1$ meter;
- vierhoek $ABCD$ is symmetrisch ten opzichte van de diagonaal AC .

De oppervlakte van vierhoek $ABCD$ is afhankelijk van de grootte van hoek B .

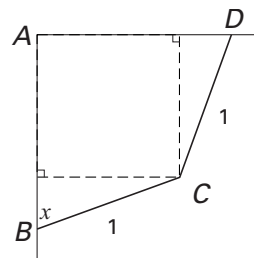
- 5p **12** Laat met een berekening zien, dat de oppervlakte van vierhoek $ABCD$ met $\angle B = \frac{1}{3}\pi$ groter is dan met $\angle B = \frac{1}{2}\pi$.

In figuur 10 is opnieuw een bovenaanzicht getekend.

De grootte van hoek B noemen we x .
Voor de oppervlakte O van vierhoek $ABCD$ geldt

$$O(x) = (\sin(x))^2 + \sin(x) \cdot \cos(x)$$

figuur 10



- 4p **13** Toon de juistheid van deze formule aan.

Men besluit de zandbak zo te maken dat de oppervlakte meer dan $1,15 \text{ m}^2$ is.

- 4p **14** Bereken voor welke waarden van x dat zo is. Geef je antwoorden in twee decimalen nauwkeurig.

- 4p **15** Schrijf het functievoorschrift op van de afgeleide functie $O'(x)$.

Koord

Een koord wordt opgehangen aan twee punten D en E op onderling gelijke hoogte. Het laagste punt van het koord is punt F .

In figuur 11 is deze situatie in een assenstelsel weergegeven.

Er geldt dat $x_D = -2$ en $x_E = 2$.

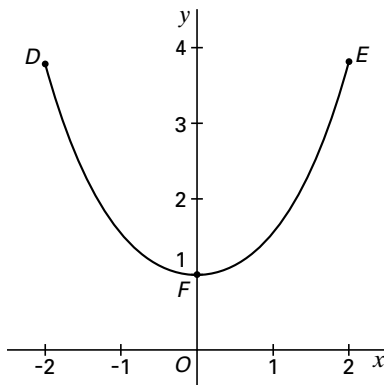
De bij het koord behorende formule is

$$y = 0,5 \cdot (e^x + e^{-x}).$$

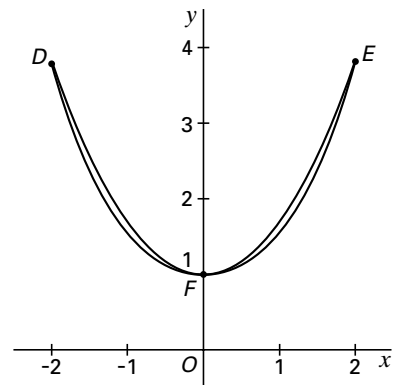
Het opgehangen koord lijkt op een parabool, maar schijn bedriegt. De parabool die door de punten D , E en F gaat, heeft namelijk alleen deze drie punten gemeenschappelijk met de grafiek van figuur 11.

In figuur 12 zijn zowel de parabool als het koord getekend.

figuur 11



figuur 12



Een vergelijking van de parabool die door de punten D , E en F gaat, is van de vorm

$$y = px^2 + 1$$

Met behulp van de formule voor het koord is aan te tonen dat $p \approx 0,691$.

4p **16** Toon dat aan.

In de vragen 17 en 18 nemen we $p = 0,691$.

Een verticale lijn snijdt de beide grafieken van figuur 12 in de punten P en Q , rechts van de y -as.

4p **17** Bereken de maximale lengte van het lijnstuk PQ . Geef je antwoord in drie decimalen nauwkeurig.

In figuur 12 is niet goed te zien of de hellingscoëfficiënten van de beide grafieken in het punt E gelijk zijn of juist verschillend zijn.

6p **18** Onderzoek met behulp van differentiëren of de hellingscoëfficiënten in het punt E even groot zijn.