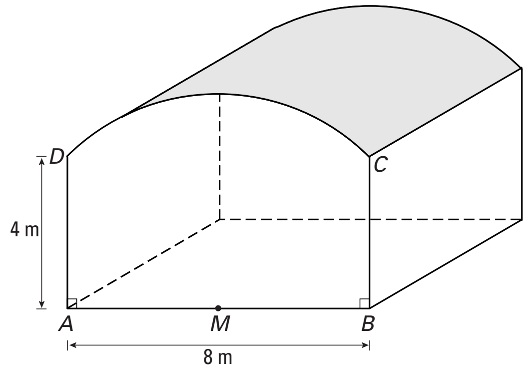
Werkplaatsen

In Nederland zie je op bedrijventerreinen vrij grote overeenkomsten in de dakvormen van fabriekshallen, opslagloodsen en werkplaatsen.
Een werkplaats met een veel voorkomende dakvorm is te zien in figuur 1.

De vloer van deze werkplaats heeft de vorm van een rechthoek.
Het dak heeft een gebogen vorm: in het vooraanzicht is boog CD een kwart deel van de cirkel waarvan het middelpunt M het midden van AB is.
De breedte AB is 8 meter.
De hoogte $AD = BC$ is 4 meter.

figuur 1

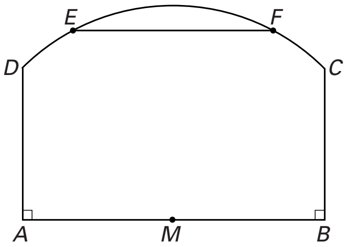


4p **1** □ Bereken de lengte van boog CD. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

Ter versteviging van de dakconstructie is op een aantal plaatsen op 5 meter hoogte een stalen dwarsbalk aangebracht.
In figuur 2 zie je een vooraanzicht van de werkplaats met daarin zo'n dwarsbalk EF.

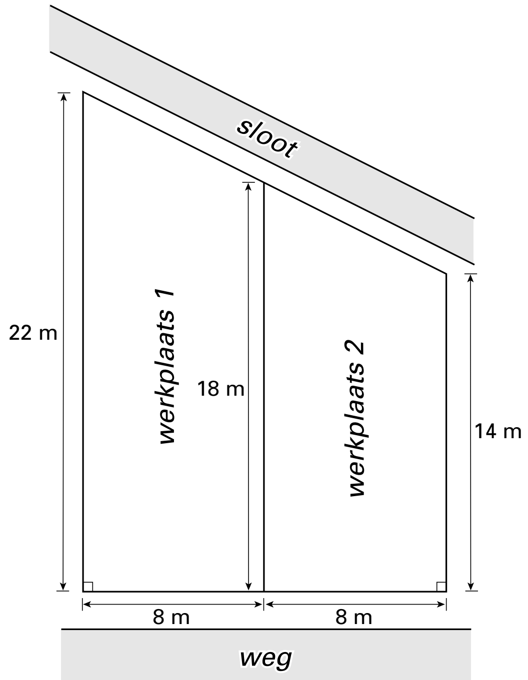
5p **2** □ Bereken de lengte van EF. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

figuur 2



Een bedrijventerrein wordt aan de voorkant begrensd door een weg en aan de achterkant door een sloot.
Op dit terrein staan twee werkplaatsen met een gemeenschappelijke tussenmuur.
Het bovenaanzicht van de werkplaatsen is een trapezium met twee rechte hoeken.
Zie figuur 3.
In dit bovenaanzicht zijn ook enkele afmetingen gegeven.
De voorgevels aan de wegkant hebben de vorm en afmetingen zoals $ABCD$ in figuur 1.

figuur 3

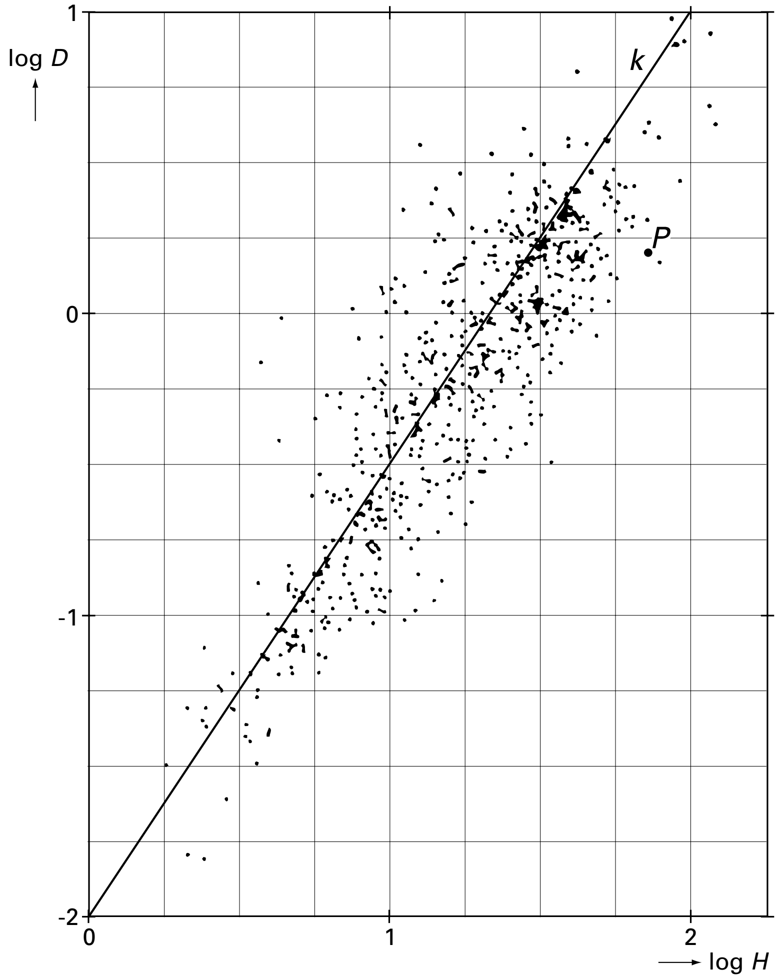


7p **3** □ Bereken de totale inhoud van deze twee werkplaatsen. Geef je antwoord in gehele m^3 nauwkeurig.

Hoge bomen

In Amerika zijn 576 verschillende soorten bomen onderzocht. Van elke soort is het hoogste exemplaar opgespoord en daarvan is de diameter van de stam op 1 meter boven de grond gemeten. Onderzocht is of er een verband bestaat tussen deze diameter D (in meters) en de hoogte H (in meters) van deze bomen.
Om van alle bomen de gegevens in één figuur duidelijk te kunnen weergeven is log D uitgezet tegen log H. Het resultaat is de puntenwolk in figuur 4. Hierin is een rechte lijn k getekend die goed bij deze puntenwolk past.

figuur 4



Eén van de exemplaren is in figuur 4 aangegeven met de letter P.

3p **4** □ Hoe groot is de diameter op 1 meter boven de grond van deze boom? Geef je antwoord in meters op één decimaal nauwkeurig en licht je werkwijze toe.

Het verband tussen D en H voor bomen in de puntenwolk kan grofweg worden benaderd met een formule die past bij de lijn k.
Een formule voor k is: $\log D = -2 + 1{,}5 \log H$.

Een boom heeft op 1 meter hoogte een diameter van 2,5 meter.

4p **5** □ Bereken met behulp van de formule voor k de hoogte van deze boom. Geef je antwoord in gehele meters nauwkeurig.

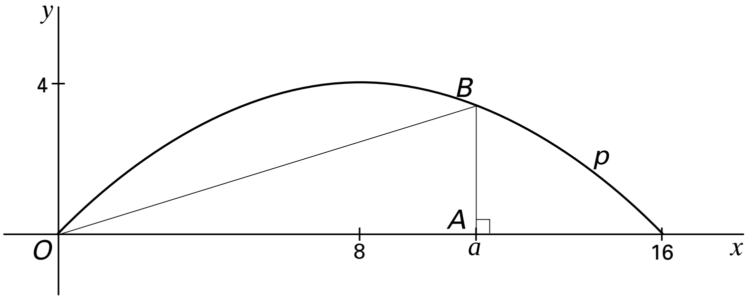
De formule voor k kan geschreven worden als $D = p \cdot H^q$.

6p **6** □ Bereken p en q.

Parabool

Gegeven is de parabool p met vergelijking $y = -\frac{1}{16}x^2 + x$.
Op de x-as ligt een punt $A(a, 0)$ met $0 < a < 16$.
De lijn door A loodrecht op de x-as snijdt de parabool p in het punt B.
De oppervlakte van driehoek OAB hangt af van de waarde van a.
In figuur 5 is een mogelijke situatie getekend.

figuur 5



Er zijn twee driehoeken OAB mogelijk waarbij de y-coördinaat van B gelijk is aan 3.

5p **7** □ Bereken in beide gevallen de oppervlakte van driehoek OAB.

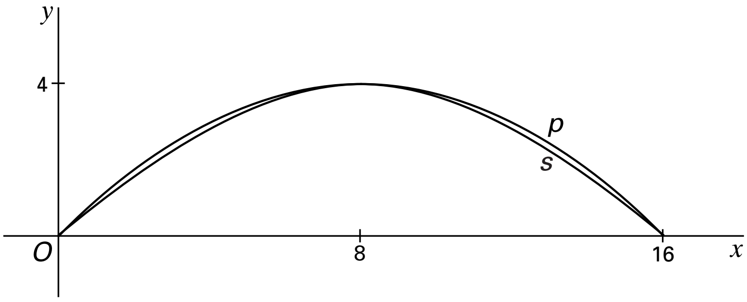
De oppervlakte van driehoek OAB is afhankelijk van a.
Voor elke waarde van a, met $0 < a < 16$, geldt: $oppervlakte = -\frac{1}{32}a^3 + \frac{1}{2}a^2$.

3p **8** □ Toon aan dat deze formule juist is.

Er zijn ook twee driehoeken OAB mogelijk waarvan de oppervlakte 16 is.

3p **9** □ Onderzoek hoe groot de bijbehorende waarden van a dan zijn. Licht je werkwijze toe.

figuur 6



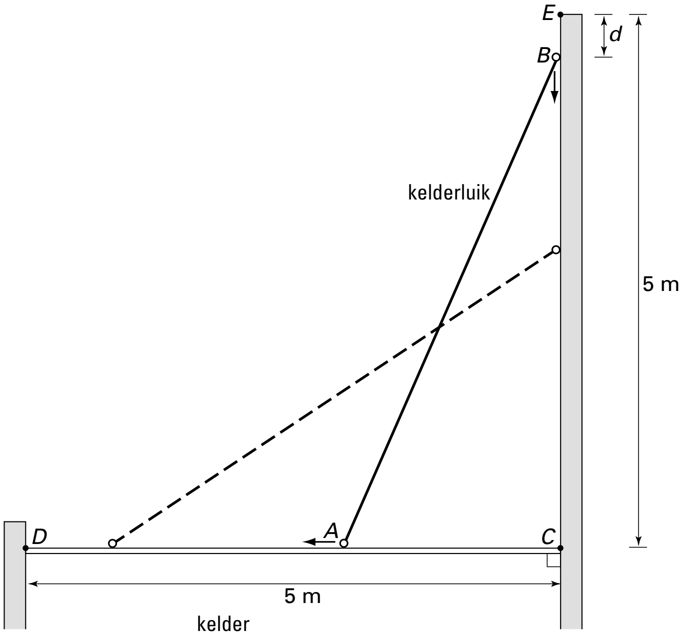
De parabool p van figuur 5 gaat door de punten $(0, 0)$, $(8, 4)$ en $(16, 0)$. Door deze drie punten gaat ook een sinusoïde s met periode 32.
In figuur 6 is te zien dat, voor $0 \leqq x \leqq 16$, deze sinusoïde s niet veel verschilt van de parabool p.

7p **10** □ Bereken de maximale afstand, verticaal gemeten, tussen p en s. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig en licht je werkwijze toe.

Kelderluik

Een grote kelder kan worden afgesloten met een rechthoekig luik. De lengte AB van het luik is 5 meter. Het luik sluit het keldergat precies af. In figuur 7 is een model van de situatie in een zijaanzicht getekend. De uiteinden van het luik (A en B) lopen over rails CD en EC.
Bij het openen en sluiten wordt A aangedreven door een elektromotor, die A een constante snelheid geeft van 0,1 meter per seconde. We gaan er bij de volgende vragen steeds van uit dat deze snelheid onmiddellijk bij het openen en sluiten van het luik optreedt.

figuur 7



Het luik wordt vanuit geheel geopende stand (A valt dan samen met C en B valt dan samen met E) gesloten.

5p **11** □ Bereken, zonder gebruik te maken van onderstaande formule, hoeveel het punt B is gezakt 20 seconden nadat het sluiten begonnen is. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

t is de tijd (in seconden) die verstreken is nadat het sluiten van het luik begonnen is.
De afstand d (in meters) die het punt B dan afgelegd heeft, is afhankelijk van t.
Het verband tussen t en d wordt voor elk tijdstip t met $0 \leqq t \leqq 50$ gegeven door:

$$d = 5 - \sqrt{25 - 0{,}01t^2}$$

4p **12** □ Toon aan dat deze formule juist is.

Bij het sluiten van het luik is de snelheid v (in meter per seconde) van het punt B op tijdstip t gelijk aan de helling van de grafiek van d in het bijbehorende punt.

4p **13** □ Bereken met behulp van differentiëren op welk tijdstip deze snelheid gelijk is aan 0,05 meter per seconde. Geef je antwoord in gehele seconden nauwkeurig .

In figuur 1 van de bijlage bij vraag 14 is de grafiek van v als functie van t getekend, behorend bij het sluiten van het luik.
Na precies 15 minuten (op $t = 900$) wordt het luik vanuit de gesloten stand helemaal geopend. De snelheid v van het punt B is weer een functie van t.

3p **14** □ Teken in figuur 2 van de bijlage de grafiek van v die hoort bij dit openen van het kelderluik.

Bijlage bij vraag 14

Examen HAVO 2000

Tijdvak 2
Woensdag 21 juni
13.30 – 16.30 uur

Examennummer

....

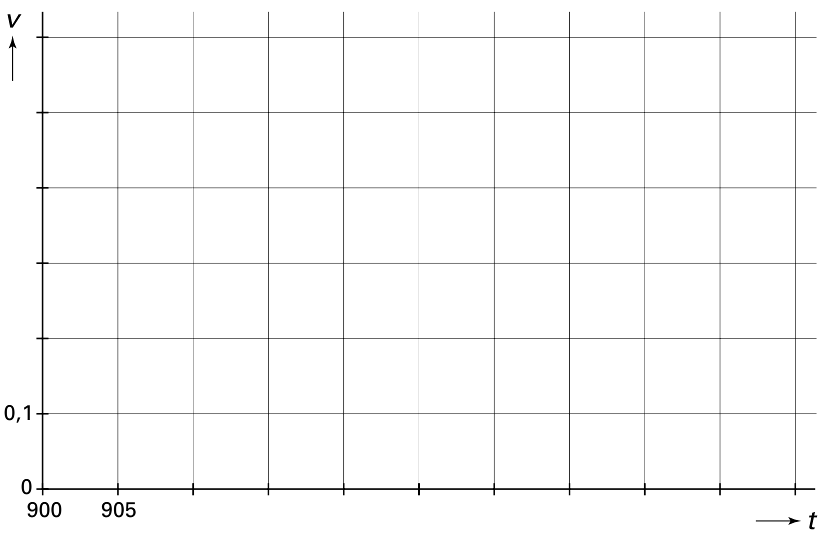
Naam

....

Vraag 14

figuur 1

figuur 2

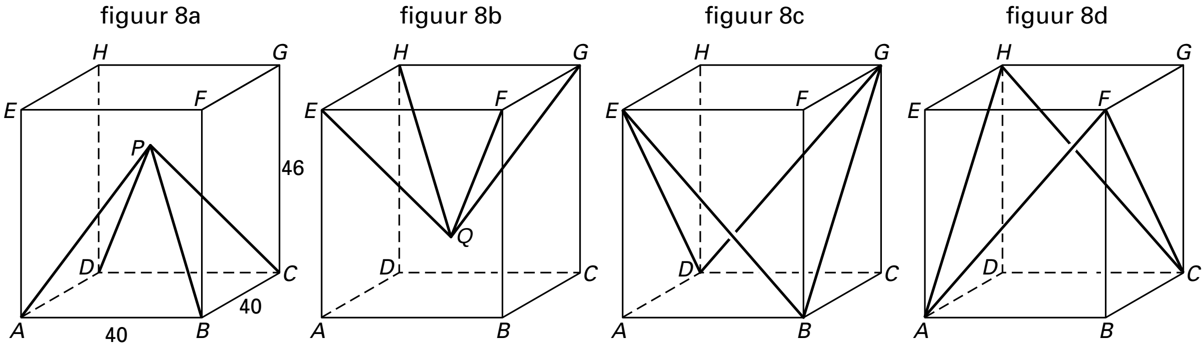


Tafeltje

Op de foto hiernaast staat de afbeelding van een tafeltje. Het tafeltje bestaat uit een aluminium onderstel met daarop een glazen plaat.
De vragen 15, 16 en 17 gaan over het onderstel. Dit bestaat uit een aantal staven. Uit de foto is moeilijk op te maken hoe het onderstel precies in elkaar zit.
Figuur 8 geeft hierover meer duidelijkheid door het verdelen van de staven over de figuren 8a, 8b, 8c en 8d.

foto

figuur 8



Het onderstel past in zijn geheel precies in een denkbeeldige balk *ABCD.EFGH*.
Als de vier figuren in elkaar worden geschoven, ontstaat een tekening van het volledige onderstel. Bij de punten *E*, *F*, *G* en *H* van het onderstel kan de glazen plaat worden vastgemaakt.
In de volgende vragen wordt de dikte van de staven verwaarloosd.

De afmetingen van de balk *ABCD.EFGH* zijn 40×40×46 cm. Zie figuur 8a.
Punt *P* ligt 13 cm onder het midden van het bovenvlak van de balk; punt *Q* ligt 13 cm boven het midden van het grondvlak.

3p **15** □ Teken het bovenaanzicht van het volledige onderstel op schaal 1 : 10. Zet alle letters erbij.

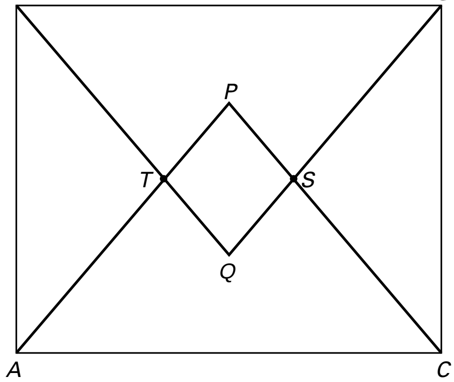
7p **16** □ Bereken de totale lengte aluminiumstaaf die in het onderstel verwerkt is. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

In figuur 9 is het diagonaalvlak *ACGE* getekend met de vier staven die in dit vlak liggen.

In het snijpunt *S* van de lijnen *PC* en *QG* zijn in werkelijkheid de twee staven door middel van een pennetje met elkaar verbonden. Om dit mogelijk te maken moest er in iedere staaf een gaatje geboord worden op een bepaalde afstand van de eindpunten.

7p **17** □ Bereken de afstand *QS*. Geef je antwoord in gehele millimeters nauwkeurig.

figuur 9



Een verzameling functies

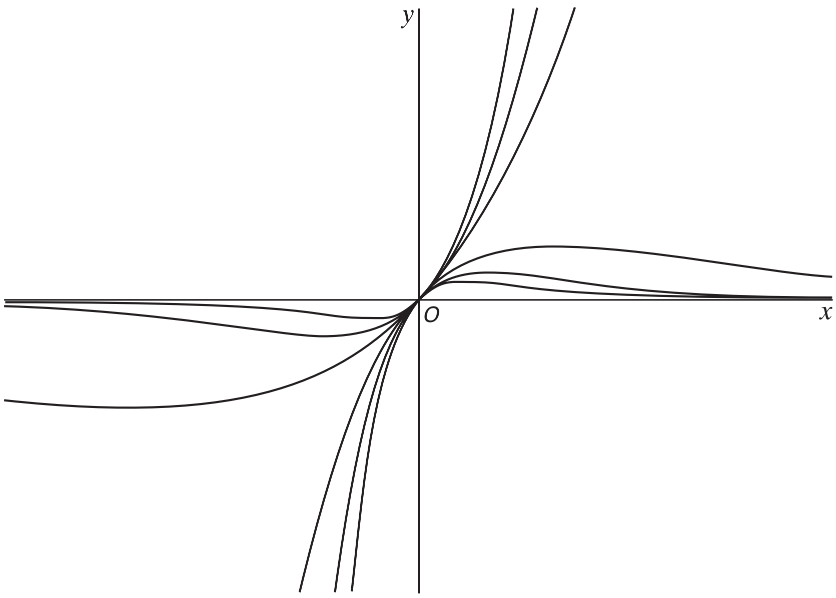
Gegeven is de functie $f(x) = x \ \ e^{5x}$

De lijn met vergelijking $y = 3x$ snijdt de grafiek van f behalve in $(0, 0)$ ook nog in een punt A.

5p **18** □ Bereken zonder je rekenmachine te gebruiken de x-coördinaat van A.

Voor elke waarde van a is gegeven de functie $f_a(x) = x \ \ e^{ax}$
Voor een aantal waarden van a is in een rechthoekig assenstelsel Oxy de bijbehorende grafiek getekend. Zie figuur 10.

figuur 10



De grafieken in figuur 10 lijken in $(0, 0)$ allemaal dezelfde helling te hebben.

5p **19** □ Toon aan dat voor elke waarde van a de grafiek van f_a in $(0, 0)$ dezelfde helling heeft.