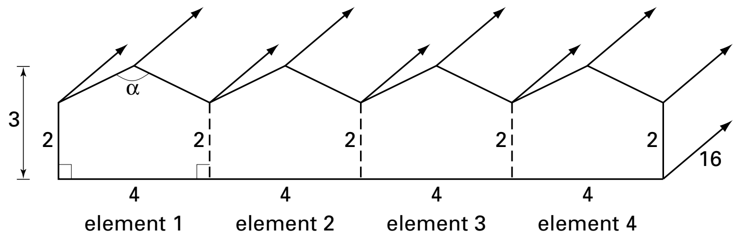
Kassen

De meeste kassen in de glastuinbouw kun je beschouwen als een aaneenschakeling van elementen die de vorm hebben van vijfzijdige prisma's zonder tussenwanden. Zie figuur 1.

figuur 1



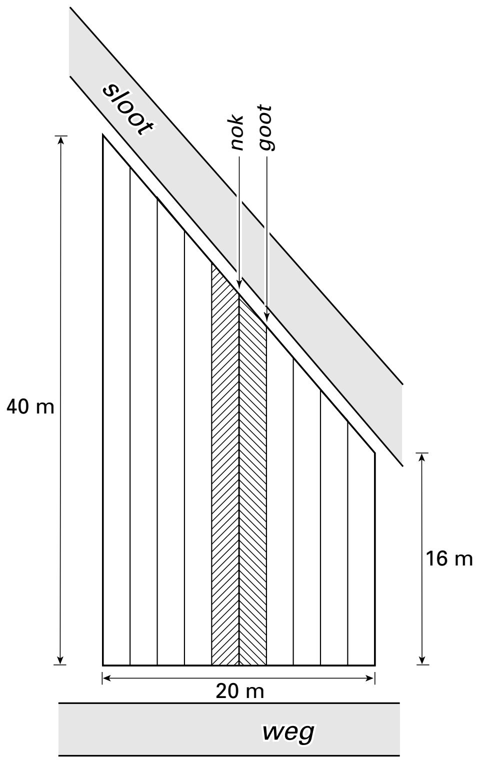
Zo'n element overdekt een rechthoekig stuk grond van 4 bij 16 meter. De vijfhoekige voor- en achterwand van een element zijn beide symmetrisch en hebben twee hoeken van 90° (zie element 1). Een verticale zijwand heeft de vorm van een rechthoek met een hoogte van 2 meter. De hoogte van een element is 3 meter.

De vlakken van het dak maken een hoek α met elkaar. Zie figuur 1.

4p **1** □ Bereken α. Geef je antwoord in gehele graden nauwkeurig.

Een tuinder heeft een stuk grond dat de vorm heeft van een trapezium met twee rechte hoeken. Aan de voorkant wordt dit stuk grond begrensd door een weg, aan de achterkant door een sloot.
Op dit stuk grond staat een kas van vijf elementen.
De voorwanden van deze elementen zijn hetzelfde als van de elementen van figuur 1. De achterwanden van deze elementen lopen evenwijdig aan de sloot.
Van het bovenaanzicht zijn in figuur 2 enkele afmetingen aangegeven. In deze figuur is het middelste element gearceerd.

figuur 2



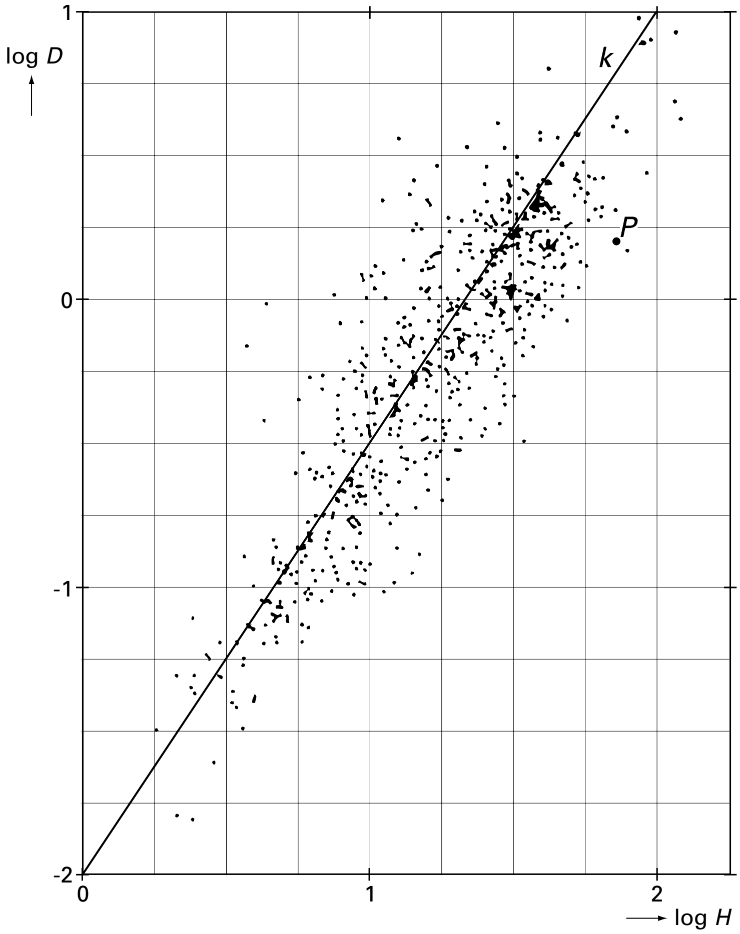
6p **2** □ Bereken de oppervlakte van het dak van het middelste element van deze kas. Geef je antwoord in m^2 afgerond op één decimaal.

6p **3** □ Bereken de inhoud van het middelste element van deze kas. Geef je antwoord in gehele m^3 nauwkeurig.

Hoge bomen

In Amerika zijn 576 verschillende soorten bomen onderzocht. Van elke soort is het hoogste exemplaar opgespoord en daarvan is de diameter van de stam op 1 meter boven de grond gemeten. Onderzocht is of er een verband bestaat tussen deze diameter D (in meters) en de hoogte H (in meters) van deze bomen.
Om van alle bomen de gegevens in één figuur duidelijk te kunnen weergeven is log D uitgezet tegen log H. Het resultaat is de puntenwolk in figuur 3. Hierin is een rechte lijn k getekend die goed bij deze puntenwolk past.

figuur 3



Eén van de exemplaren is in figuur 3 aangegeven met de letter P.

3p **4** □ Hoe groot is de diameter van deze boom op 1 meter boven de grond? Geef je antwoord in meters op één decimaal nauwkeurig en licht je werkwijze toe.

Het verband tussen D en H voor bomen in de puntenwolk kan grofweg worden benaderd met een formule die past bij de lijn k.
Een formule voor k is: $\log D = -2 + 1{,}5 \log H$.

Een boom heeft op 1 meter hoogte een diameter van 2,5 meter.

4p **5** □ Bereken met behulp van de formule voor k de hoogte van deze boom. Geef je antwoord in gehele meters nauwkeurig.

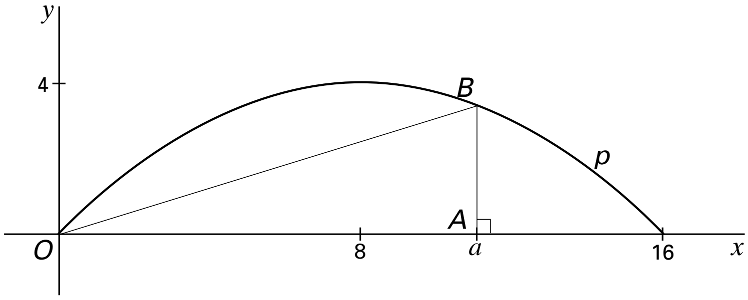
De formule voor k kan herleid worden tot $D = p \cdot H^q$.

6p **6** □ Bereken p en q.

Parabool

Gegeven is de parabool p met vergelijking $y = -\frac{1}{16}x^2 + x$.
Op de x-as ligt een punt $A(a, 0)$ met $0 < a < 16$.
De lijn door A loodrecht op de x-as snijdt de parabool p in het punt B.
De oppervlakte van driehoek OAB hangt af van de waarde van a.
In figuur 4 is een mogelijke situatie getekend.

figuur 4



Er zijn twee driehoeken OAB mogelijk waarbij de y-coördinaat van B gelijk is aan 3.

6p **7** □ Bereken in beide gevallen de oppervlakte van driehoek OAB.

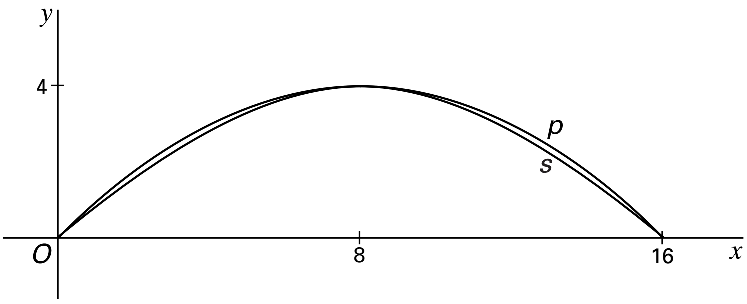
De oppervlakte van driehoek OAB is afhankelijk van a.
Voor elke waarde van a, met $0 < a < 16$, geldt: $\textit{oppervlakte} = -\frac{1}{32}a^3 + \frac{1}{2}a^2$.

3p **8** □ Toon aan dat deze formule juist is.

Er is een waarde van a waarvoor de oppervlakte van driehoek OAB maximaal is.

4p **9** □ Bereken die waarde van a.

figuur 5



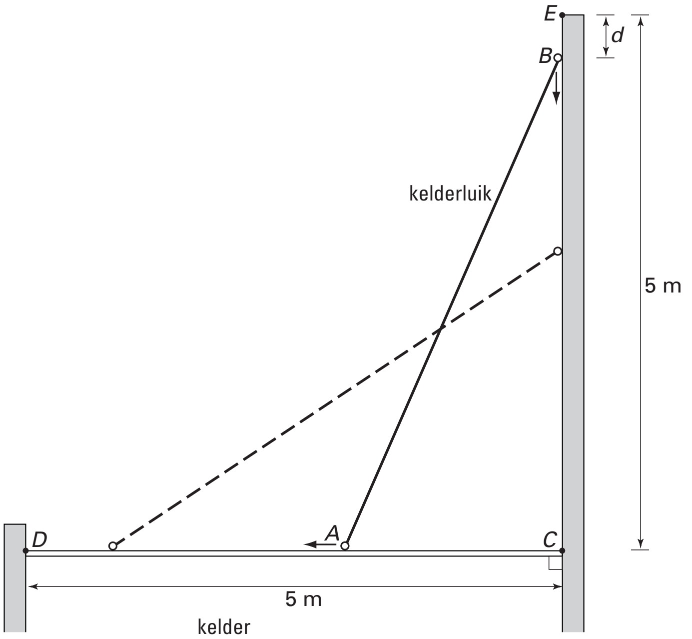
De parabool p van figuur 4 gaat door de punten $(0, 0)$, $(8, 4)$ en $(16, 0)$. Door deze drie punten gaat ook een sinusoïde s met periode 32.
In figuur 5 is te zien dat, voor $0 \leqq x \leqq 16$, deze sinusoïde s niet veel verschilt van de parabool p.
De raaklijn in $(0, 0)$ aan de parabool p heeft echter een andere richting dan de raaklijn in $(0, 0)$ aan de sinusoïde s.

9p **10** □ Bereken de hoek tussen deze twee raaklijnen. Geef je antwoord in gehele graden nauwkeurig.

Kelderluik

Een grote kelder kan worden afgesloten met een rechthoekig luik. De lengte AB van het luik is 5 meter. Het luik sluit het keldergat precies af. In figuur 6 is een model van de situatie in een zijaanzicht getekend. De uiteinden van het luik (A en B) lopen over rails CD en EC.
Bij het openen en sluiten wordt A aangedreven door een elektromotor, die A een constante snelheid geeft van 0,1 meter per seconde. We gaan er bij de volgende vragen steeds van uit dat deze snelheid onmiddellijk bij het openen en sluiten van het luik optreedt.

figuur 6



Het luik wordt vanuit geheel geopende stand (A valt dan samen met C en B valt dan samen met E) gesloten.

5p **11** □ Bereken, zonder gebruik te maken van onderstaande formule, hoeveel het punt B is gezakt 20 seconden nadat het sluiten begonnen is. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

t is de tijd (in seconden) die verstreken is nadat het sluiten van het luik begonnen is.
De afstand d (in meters) die het punt B dan afgelegd heeft, is afhankelijk van t.
Het verband tussen t en d wordt voor elk tijdstip t met $0 \leqq t \leqq 50$ gegeven door:

$$d = 5 - \sqrt{25 - 0{,}01t^2}$$

4p **12** □ Toon aan dat deze formule juist is.

7p **13** □ Bereken op welk tijdstip de snelheid van het punt B gelijk is aan 0,05 meter per seconde. Geef je antwoord in gehele seconden nauwkeurig.

De snelheid v (in meter per seconde) van het punt B bij het sluiten van het luik is een functie van t.
In figuur 1 van de bijlage bij vraag 14 is de grafiek van v als functie van t getekend, behorend bij het sluiten van het luik.
Na precies 15 minuten (op $t = 900$) wordt het luik vanuit de gesloten stand helemaal geopend. De snelheid v van het punt B is weer een functie van t.

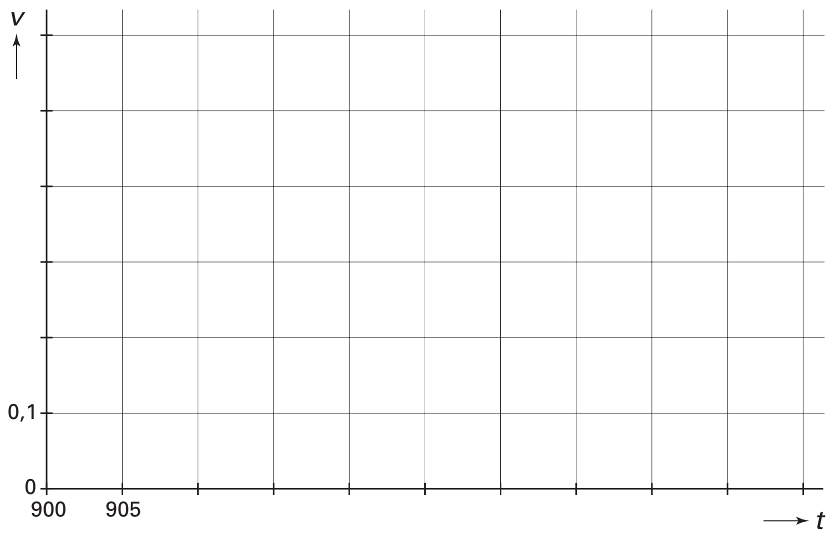
3p **14** □ Teken in figuur 2 van de bijlage de grafiek van v die hoort bij dit openen van het kelderluik.

Bijlage bij vragen 14

Vraag 14

figuur 1

figuur 2

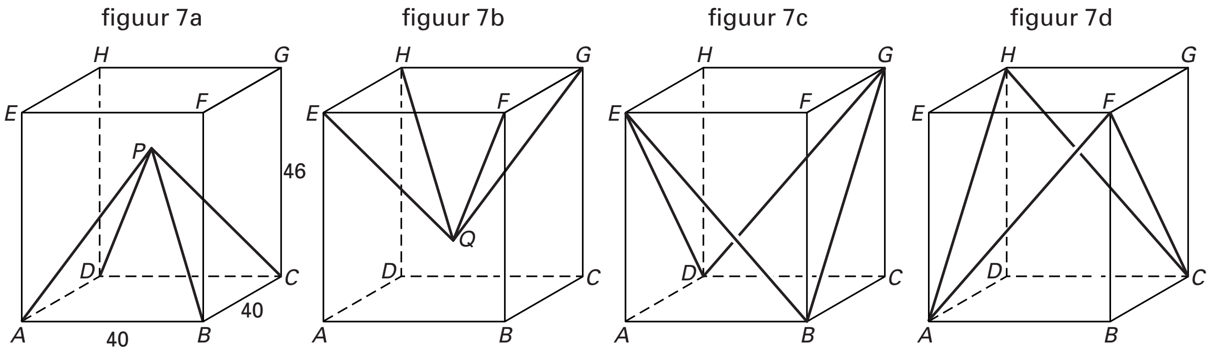


Tafeltje

Op de foto hiernaast staat de afbeelding van een tafeltje. Het tafeltje bestaat uit een aluminium onderstel met daarop een glazen plaat.
De vragen 15, 16 en 17 gaan over het onderstel. Dit bestaat uit een aantal staven.
Uit de foto is moeilijk op te maken hoe het onderstel precies in elkaar zit.
Figuur 7 geeft hierover meer duidelijkheid door het verdelen van de staven over de figuren 7a, 7b, 7c en 7d.

foto

figuur 7



Het onderstel past in zijn geheel precies in een denkbeeldige balk *ABCD.EFGH*.
Als de vier figuren in elkaar worden geschoven, ontstaat een tekening van het volledige onderstel. Bij de punten *E*, *F*, *G* en *H* van het onderstel kan de glazen plaat worden vastgemaakt.
In de volgende vragen wordt de dikte van de staven verwaarloosd.

De afmetingen van de balk *ABCD.EFGH* zijn 40×40×46 cm. Zie figuur 7a.
Punt *P* ligt 13 cm onder het midden van het bovenvlak van de balk; punt *Q* ligt 13 cm boven het midden van het grondvlak.

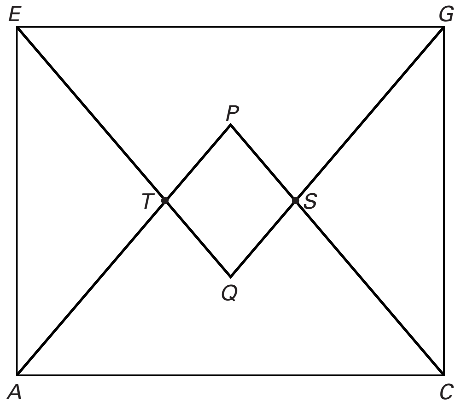
7p **15** □ Bereken de totale lengte aluminiumstaaf die in het onderstel verwerkt is. Geef je antwoord in gehele centimeters nauwkeurig.

Midden boven het tafeltje hangt een lamp. Deze is op te vatten als een puntvormige lichtbron. Omdat de bovenplaat van glas is, ontstaat een schaduw van het onderstel op de grond.
Op de bijlage bij vraag 16 is een gedeelte van deze schaduw getekend.

6p **16** □ Teken op de bijlage de schaduw van het hele onderstel. Zet de letters erbij.

In figuur 8 is het diagonaalvlak $ACGE$ getekend met de vier staven die in dit vlak liggen.

figuur 8



In het snijpunt S van de lijnen PC en QG zijn in werkelijkheid de twee staven door middel van een pennetje met elkaar verbonden. Om dit mogelijk te maken moest er in iedere staaf een gaatje geboord worden op een bepaalde afstand van de eindpunten.

7p **17** □ Bereken de afstand QS. Geef je antwoord in gehele millimeters nauwkeurig.

Bijlage bij vraag 16

Vraag 16