

## ■ Opgave 1 Overleven

In een Amerikaans tijdschrift voor bevolkingsonderzoek stond een artikel over aantallen vrouwen in de Verenigde Staten. In dat artikel maakt men gebruik van een model waarbij vrouwen in vier leeftijdsgroepen verdeeld zijn, namelijk:

groep A: 0-19 jaar;

groep B: 20-39 jaar;

groep C: 40-59 jaar;

groep D: 60-79 jaar.

Vrouwen van 80 jaar en ouder worden buiten beschouwing gelaten.

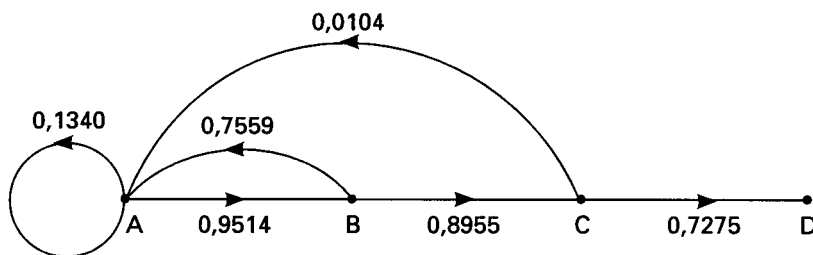
Bij het model hoort de graaf van figuur 1.

In deze graaf staat bij de pijlen van A naar B, van B naar C en van C naar D welk gedeelte van de vrouwen van een bepaalde groep 20 jaar later nog in leven is en dan dus in de volgende groep zit.

Je kunt in deze graaf bijvoorbeeld aflezen dat 89,55% van de vrouwen in groep B 20 jaar later nog in leven is en dan dus in groep C zit. Zie de pijl van B naar C.

De getallen bij de pijlen vanuit de verschillende groepen naar A geven aan hoeveel dochters een vrouw gemiddeld krijgt gedurende de 20 jaar dat zij in een bepaalde groep zit. Zo is in figuur 1 bijvoorbeeld af te lezen, dat een vrouw gedurende de 20 jaar dat zij in groep B zit, gemiddeld 0,7559 dochters krijgt. Deze dochters komen natuurlijk in groep A, de groep van 0-19 jarigen. Zie de pijl van B naar A.

figuur 1



In dit model wordt dus gerekend met tijdseenheden van 20 jaar. Er wordt helemaal niet gelet op aantallen mannen/zonen. Bovendien wordt aangenomen dat de getallen in de graaf in de loop van de tijd niet veranderen.

Bij de graaf van figuur 1 kan een matrix opgesteld worden. Zie de bijlage.

4 p 1 □ Vul de matrix op de bijlage verder in.

# Eindexamen wiskunde A havo 1996-I

We bekijken een groep van 10000 pasgeboren vrouwen die dus allen in groep A zitten. We rekenen voor deze groep het model voor een aantal tijdseenheden door. De resultaten staan in tabel 1.

tabel 1 Aantallen vrouwen in de groepen A, B, C en D  
( $t$  is tijd in eenheden van 20 jaar)

$t$	A	B	C	D
0	10000			
1	1340	9514		
2	7371	1275	8520	
3	2040	7013	1142	6198
4	5586	1941	6280	831
5	2281	5315	1738	4569
6	4341	2170	4759	1264
7	2272	4130	1943	3462
8				
⋮				

- 4 p 2 □ Bereken, uitgaande van de aantallen op  $t = 7$ , met behulp van de graaf of de matrix de aantallen in de groepen A, B, C en D op  $t = 8$ .

In dit model zijn ook de aantallen op  $t = 25$  en  $t = 35$  berekend. Zie tabel 2.

tabel 2

$t$	A	B	C	D
⋮				
25	720	761	716	585
⋮				
35	327	339	327	259

De procentuele verdeling van de vrouwen over de groepen A, B, C en D op  $t = 25$  is: in A 26%, in B 27%, in C 26% en in D 21%.

Vanaf  $t = 25$  blijkt deze procentuele verdeling nauwelijks te veranderen.

- 4 p 3 □ Laat met een berekening zien dat op  $t = 35$  de procentuele verdeling vrijwel gelijk is aan de procentuele verdeling op  $t = 25$ .

$A_t$  is het aantal vrouwen in groep A op tijdstip  $t$ . Er geldt dus bijvoorbeeld:  $A_{35} = 327$ .

Vanaf  $t = 35$  kan  $A_{t+1}$ , het aantal vrouwen in groep A op tijdstip  $t + 1$ , berekend worden door  $A_t$  te vermenigvuldigen met 0,923.

In formule:

$$A_{t+1} = 0,923 \cdot A_t$$

- 4 p 4 □ Bereken, uitgaande van  $A_{35} = 327$ , hoe groot  $A_{50}$  is.

**Vraag 1**

matrix

van

	A	B	C	D
A	0,1340			
B		0		
C			0	
D				0

naar