

■ Opgave 3 Consequent

Er wordt een drietal vragen aan dezelfde persoon gesteld:

Wat heeft u liever: appels of peren? Antwoord: appels.

Wat heeft u liever: peren of bananen? Antwoord: peren.

Wat heeft u liever: appels of bananen? Antwoord: bananen.

Dat laatste antwoord lijkt heel onlogisch, je zou immers het antwoord 'appels' hebben verwacht. Toch komen zulke situaties vaak voor. Mogelijk heeft de persoon bij de eerste twee vragen gedacht aan zaken als kleur of vorm en bij de derde vraag aan smaak.

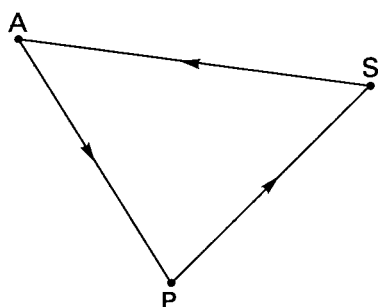
Ook in de sport komen dergelijke situaties herhaaldelijk voor.

Bijvoorbeeld team A wint van team P, team P wint van team S en team S wint van team A. Zo'n drietal of *tripel* APS noemen we een *inconsequent tripel*.

Een dergelijk drietal kunnen we in een gerichte graaf weergeven. Zie figuur 2.

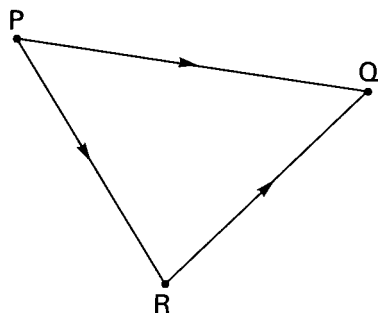
Hierbij betekent $A \rightarrow P$ dat A van P wint. De pijl wijst dus van winnaar naar verliezer.

figuur 2



In figuur 3 is de gerichte graaf van een *consequent tripel* getekend. Team P is het sterkst en wint van Q en van R. Team Q is het zwakst en verliest van beide andere teams.

figuur 3



In het vervolg van deze opgave zijn er steeds vijf teams: A, B, C, D en E. In een competitie speelt elk team één keer tegen elk ander team.

Neem aan dat de teams gerangschikt kunnen worden van sterk naar zwak:

$C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D$.

We bekijken eerst een voorbeeld waarin alleen consequente tripels voorkomen. Iedere wedstrijd wordt gewonnen door het hoger geplaatste team.

Kijken we bijvoorbeeld naar het tripel AED dan zal A van E winnen, E van D en ook A van D. Zo ontstaat het consequente tripel AED.

Ook ieder ander drietal teams vormt steeds een consequent tripel.

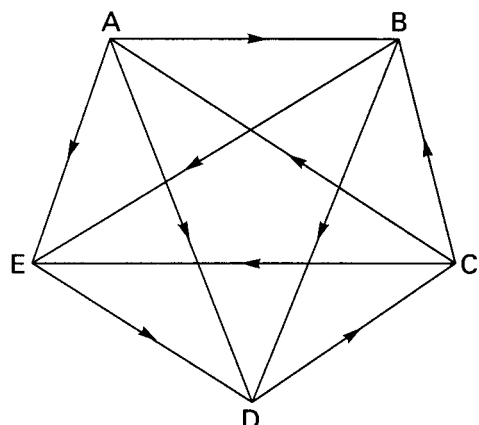
Bij deze situatie horen een gerichte graaf en een verbindingsmatrix V .

6 p 7 □ Teken deze graaf op de bijlage en vul verbindingsmatrix V verder in.

Eindexamen wiskunde A havo 1996-II

Vaak echter zullen er in dergelijke competities ook inconsequente tripels te vinden zijn. Een voorbeeld daarvan is weergegeven in de graaf van figuur 4 met de bijbehorende matrix W . Hier zien we bijvoorbeeld dat ABE een consequent tripel en ECD een inconsequent tripel is.

figuur 4



matrix W

verliezer

		winnaar				
		A	B	C	D	E
A	(0	0	1	0	0
B		1	0	1	0	0
C		0	0	0	1	0
D		1	1	0	0	1
E		1	1	1	0	0

- 6 p 8 □ Schrijf alle bij deze graaf horende tripels op en vermeld steeds of het om een consequent of een inconsequent tripel gaat.

Matrix V (van vraag 7) en matrix W (in figuur 4) en de bijbehorende grafen verschillen. De graaf van V is 'consequenter' dan de graaf die bij W hoort. De mate van consequentie van een graaf wordt uitgedrukt in de *consequentiecoëfficiënt* K . Deze is als volgt te berekenen:

$$K = 1 - \frac{\text{aantal inconsequente tripels van de graaf}}{\text{maximaal aantal inconsequente tripels}}$$

Dit maximale aantal inconsequente tripels is natuurlijk afhankelijk van het aantal punten in de graaf.

Voor grafen met een oneven aantal punten (n) is het maximale aantal inconsequente tripels te berekenen met de volgende formule:

$$\text{maximaal aantal inconsequente tripels} = \frac{n^3 - n}{24}$$

- 4 p 9 □ Hoe groot is K voor de graaf van figuur 4? Licht je antwoord toe.

K kan ook berekend worden met behulp van de formule:

$$K = \frac{(\text{gerealiseerde standaardafwijking})^2}{(\text{maximale standaardafwijking})^2}$$

In deze formule is de *maximale standaardafwijking* de standaardafwijking van de kolomtotalen van matrix V uit vraag 7.

Neem aan dat de maximale standaardafwijking gelijk is aan 1,41.

In deze formule is de *gerealiseerde standaardafwijking* de standaardafwijking van de kolomtotalen van de bijbehorende matrix.

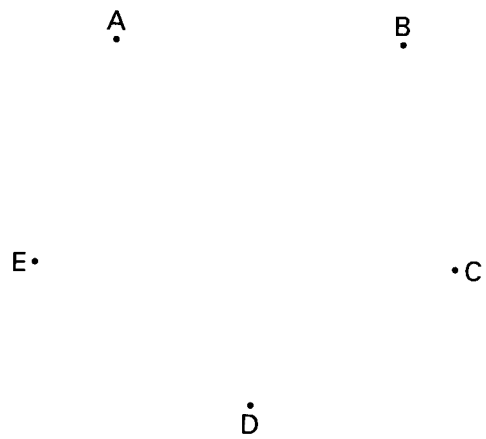
Een kolomtotaal wordt gevonden door de getallen in een kolom bij elkaar op te tellen.

Bij matrix W van figuur 4 gaat het dus om de standaardafwijking van de getallen 3, 2, 3, 1 en 1.

- 4 p 10 □ Bereken met deze formule K voor matrix W .

Vraag 7

graaf



matrix V

		winnaar				
		A	B	C	D	E
verliezer	A	0	0			
	B	1	0			
	C			0		
	D				0	
	E					0