

## Opgave 3 Ziek zijn

Om enig inzicht te krijgen in het verloop van het aantal zieken in bedrijven, gebruikt men wiskundige modellen. In deze opgave gaan we uit van een bedrijf met 1000 werknemers.

We bekijken eerst een eenvoudig model. Er zijn 2 categorieën: gezond ( $G$ ) en ziek ( $Z$ ). Iedere maandag wordt het aantal zieken en gezonden geteld. In dit model gaan we er van uit dat zich iedere week het volgende patroon voordoet:

81% van de zieken op een bepaalde maandag is een week later weer gezond;

19% van de zieken blijft ziek;

7% van de gezonden op maandag is een week later ziek;

93% van de gezonden blijft gezond.

Deze gegevens vinden we terug in matrix  $M$ .

$$M: \begin{array}{c} \text{naar} \\ \begin{array}{c} G \\ Z \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{van} \\ \begin{array}{cc} G & Z \end{array} \end{array} \begin{pmatrix} 0,93 & 0,81 \\ 0,07 & 0,19 \end{pmatrix}$$

We nemen aan dat de getallen in deze matrix voor iedere week gelden.

Op een bepaalde maandag, 9 februari, blijken er 900 gezonden en 100 zieken te zijn.

We willen weten hoeveel zieken er precies één week eerder, dus op maandag 2 februari, volgens dit model waren. Iemand denkt dat er toen, op 2 februari, 880 gezonden en 120 zieken waren.

- 5 p 9  Laat met een berekening zien dat deze persoon geen gelijk kan hebben.  
 4 p 10  Bereken hoeveel van de 1000 werknemers er op maandag 2 februari ziek waren.

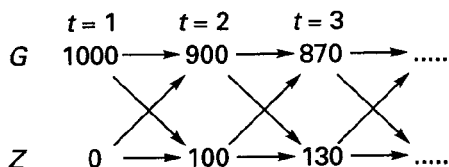
Het maken van een passend wiskundig model is een lastige zaak. Meestal heeft men slechts de beschikking over een tabel waarin voor een aantal opeenvolgende weken de aantallen gezonde en zieke werknemers staan. Zie tabel 2.

tabel 2

tijd $t$ in weken	1	2	3	4	5	6
aantal gezonde werknemers $G$	1000	900	870	867	874	884
aantal zieke werknemers $Z$	0	100	130	133	126	116

Een deel van deze gegevens vind je ook terug in figuur 4.

figuur 4



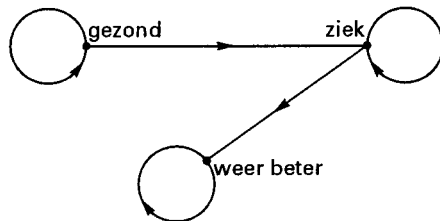
Het is mogelijk om op grond van de gegevens op  $t=1$ ,  $t=2$  en  $t=3$  een eenvoudig model zoals het model met matrix  $M$  te maken. Daarbij wordt er in het geheel niet gelet op de gegevens na  $t=3$ .

- 4 p 11  Maak met de gegevens op  $t=1$ ,  $t=2$  en  $t=3$  een model in de vorm van een  $2 \times 2$  matrix.  
 3 p 12  Laat zien dat met dit zojuist gevonden model voor  $t=4$  *niet* de verdeling van tabel 2 gevonden kan worden.

Een model met een  $2 \times 2$  matrix past dus niet bij de gegevens van tabel 2. Daarom maken we een iets ingewikkelder model.

In dit nieuwe model worden nu drie categorieën onderscheiden: 'gezond', 'ziek' en 'weer beter'. We gaan er van uit dat het model slechts gedurende een betrekkelijk korte periode geldig is. Daarom nemen we aan dat een zieke werknemer die beter is geworden, daarna niet nog een keer ziek wordt. Zo'n persoon blijft dus in de categorie 'weer beter'. Bij dit model kan een graaf getekend worden (zie figuur 5).

figuur 5



Als tabel 2 op deze wijze uitgesplitst wordt, ontstaat tabel 3.

tabel 3

tijd $t$ in weken	1	2	3	4	5	6
aantal gezonde werknemers	1000	900	810	729	656	590
aantal zieke werknemers	0	100	130	133	126	116
aantal werknemers dat weer beter is	0	0	60	138	218	294

Uit tabel 3 kan men afleiden dat van de gezonde werknemers iedere week 10% ziek wordt. Van de gezonde werknemers is na een week dus 90% gezond gebleven. Daarom past in figuur 5 bij de pijl van 'gezond' naar 'ziek' het getal 10% en bij de kringpijl van 'gezond' naar 'gezond' het getal 90%. Op grond van de gegevens in tabel 3 passen ook bij de drie andere pijlen in figuur 5 vaste percentages.

- 5 p 13 □ Bepaal met behulp van de gegevens in tabel 3 deze drie percentages. Licht je werkwijze toe.