

## Opgave 1 Limonadesiroop

Een limonadefabriek wil een nieuwe siroop op de markt brengen. De fabrikant wil weten hoeveel suiker hij moet toevoegen, opdat de siroop zo goed mogelijk verkocht wordt.

plaatje



Er werd met 69 studenten, verdeeld in vier groepen van verschillende grootte (30, 22, 9 en 8) een onderzoek gedaan. Zij kregen limonade te drinken van siroop met verschillende suikerpercentages. Daarna moesten ze een cijfer geven: een 1 als ze het heel vies vonden, oplopend tot een 10 als ze het heel erg lekker vonden. In tabel 1 vind je de gemiddelde cijfers van de vier groepen in 1 decimaal nauwkeurig:

tabel 1

	Groep van:			
	30	22	9	8
2	2,3	2,0	4,2	1,1
4	3,5	3,0	6,0	2,4
6	5,9	4,6	8,6	3,6
8	8,5	5,3	6,8	5,4
10	9,1	6,6	5,9	6,3
14	6,5	8,8	3,3	6,8
18	4,9	7,7	3,0	7,9
24	3,2	5,4	2,0	9,0
30	2,0	3,9	1,2	7,3

In tabel 1 kun je bijvoorbeeld lezen dat de leden van de groep van 30 voor siroop met suikerpercentage 2 gemiddeld het cijfer 2,3 gaven.

Hieronder zie je twee matrices. Matrix A is het voor de fabrikant meest interessante gebied uit tabel 1. In deze matrix vind je de gemiddelde waarderingscijfers van de verschillende groepen bij de suikerpercentages 8, 10 en 14. In matrix B zie je de aantallen studenten per groep.

$$A = \begin{pmatrix} 8,5 & 5,3 & 6,8 & 5,4 \\ 9,1 & 6,6 & 5,9 & 6,3 \\ 6,5 & 8,8 & 3,3 & 6,8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 30 \\ 22 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

# Eindexamen wiskunde A havo 1994-I

- 5 p 1  Vermenigvuldig matrix A met matrix B en leg uit wat de betekenis is van de getallen in het antwoord.

Op de bijlage vind je de resultaten van de vier groepen samengevoegd. Zo zie je bijvoorbeeld dat bij een suikerpercentage van 30 het gemiddelde cijfer van alle 69 proefpersonen 3,1 is. Het gedeelte behorende bij suikerpercentages tussen 6 en 18 ontbreekt nog.

- 4 p 2  Maak de grafiek op de bijlage af. Licht je werkwijze toe.

Uit de 69 studenten worden er willekeurig 4 gekozen die nog mee kunnen doen aan een vervolgonderzoek.

- 5 p 3  Bereken de kans dat er uit elke groep één student gekozen wordt. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

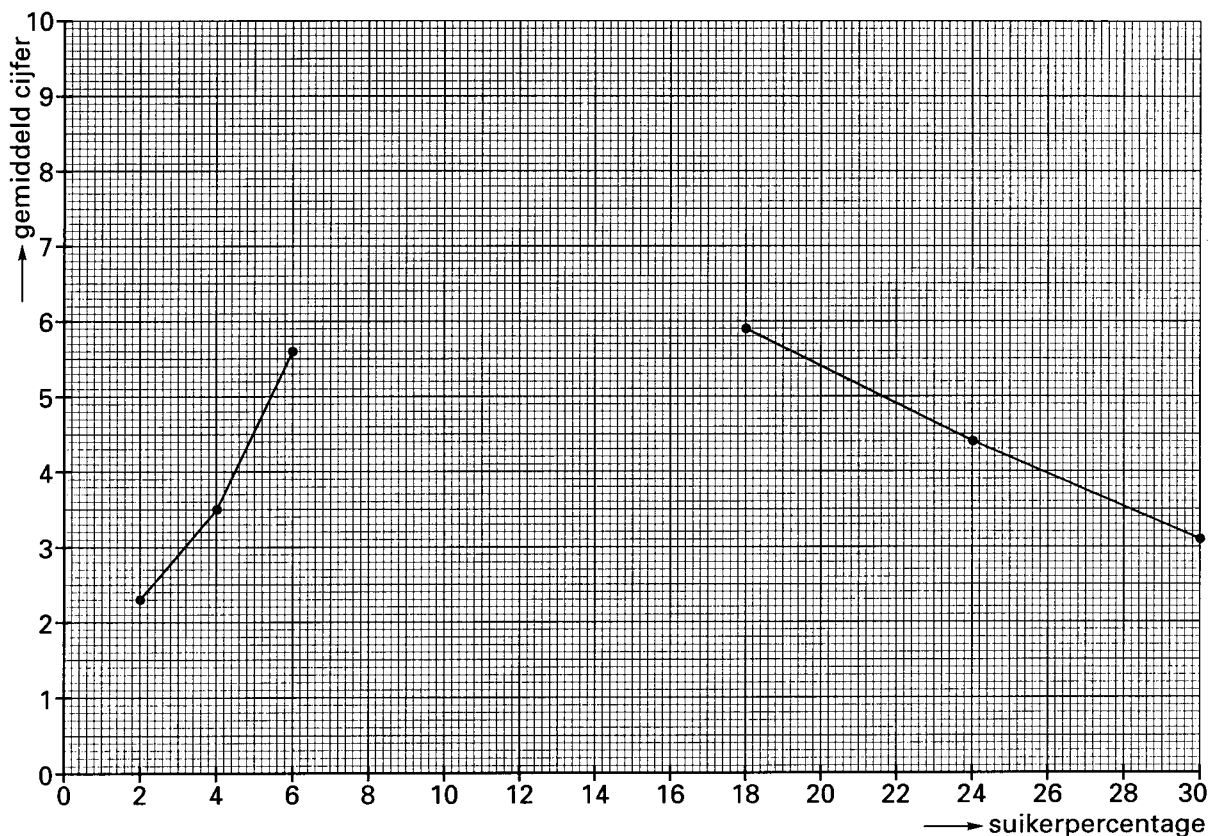
De kans dat er van de gekozen vier studenten minstens één uit de groep van 30 komt, is vrij groot.

De leider van het onderzoek denkt dat de kans daarop meer dan 90% is.

- 5 p 4  Ga met een berekening na of hij gelijk heeft.

Bijlage bij de vragen 2, 9 en 19

## Vraag 2



## Opgave 2 Brandstofverbruik

Hoeveel brandstof een personenauto verbruikt, hangt onder andere af van de af te leggen afstand, de rijstijl en het wachten voor verkeerslichten. We gaan dit met behulp van een wiskundig model nader onderzoeken.

In dit model wordt het brandstofverbruik  $B$  (in ml) van een auto berekend met de volgende formule:

$$B = a \cdot L + b \cdot S + c \cdot D$$

met

$L$  = ritlengte in km.

$S$  = aantal stops onderweg

$D$  = totale wachttijd voor verkeerslichten in sec.

$a$  en  $b$  zijn getallen die van de rijnsnelheid  $V$  (in km/u) afhangen en  $c$  is een constante.

Voor  $a$ ,  $b$  en  $c$  geldt

$$a = 170 - 4,55 V + 0,049 V^2$$

$$b = 0,0077 V^2$$

$$c = 0,39$$

We laten in dit model optrekken en afremmen buiten beschouwing, zodat we in de uitdrukkingen voor  $a$  en  $b$  steeds een constante waarde voor  $V$  kunnen invullen.

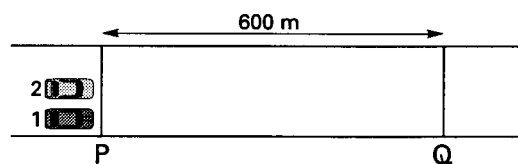
Neem een rit over 1 km met een snelheid van 50 km/u, 2 stops onderweg en een totale wachttijd van 40 seconden.

- 6 p 5  Bereken hoeveel procent van het totale brandstofverbruik gebruikt wordt voor de stops en het wachten.

Twee auto's staan voor verkeerslicht P.

figuur 1

600 m verder staat een verkeerslicht Q (zie figuur 1). Als de auto's tussen P en Q met een snelheid van 50 km/u rijden, springt het verkeerslicht Q precies op tijd op groen en kunnen ze doorrijden.



Houd geen rekening met afremmen en versnellen.

Auto 1 rijdt tussen P en Q steeds met een snelheid van 50 km/u en kan dus doorrijden bij Q. Auto 2 rijdt met een snelheid van 70 km/u, zodat deze zal moeten stoppen en wachten bij Q.

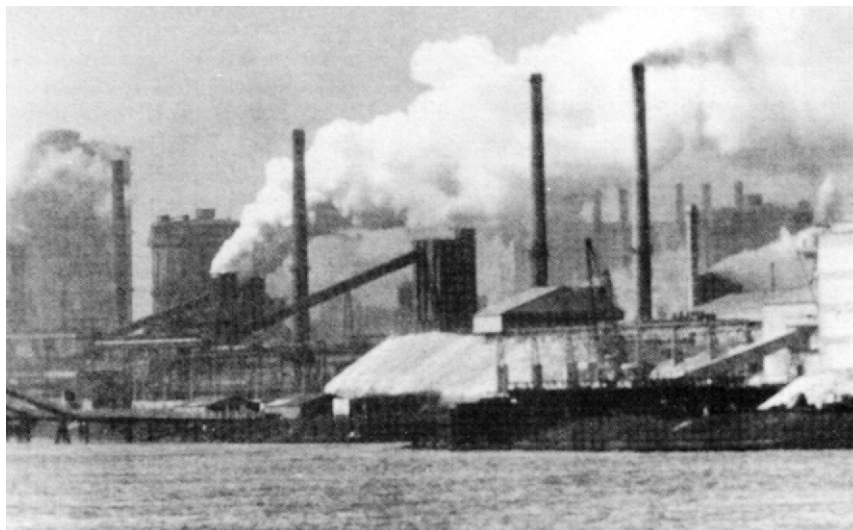
- 6 p 6  Laat met een berekening zien dat auto 2 ruim 12 seconden voor verkeerslicht Q moet wachten.

Bekijk de eerste 900 m na verkeerslicht P. Na Q komt er geen verkeerslicht meer en auto 1 rijdt ook daar 50 km/u en auto 2 rijdt daar weer 70 km/u.

- 7 p 7  Onderzoek of auto 2 meer dan twee keer zo veel brandstof nodig heeft als auto 1.

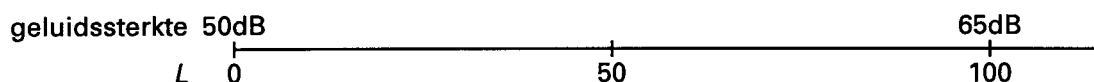
## Opgave 3 Lawaai en stank

foto



De leefbaarheid van woongebieden wordt onder andere beïnvloed door lawaai en stank. Men heeft geprobeerd om de mate van overlast door lawaai en stank voor verschillende woongebieden met elkaar te vergelijken. Geluidssterkte wordt gemeten in decibel (dB). Via een lineaire schaal worden geluidssterkten vanaf 50 dB omgezet in een getal  $L$ , de lawaai-index (zie figuur 2).

figuur 2



Bij een geluidssterkte van 50 dB hoort een lawaai-index  $L = 0$ , bij 65 dB hoort  $L = 100$ . Geluidssterkten beneden 50 dB vindt men niet hinderlijk en krijgen lawaai-index  $L = 0$ .

- 4 p 8 □ Bereken de waarde van  $L$  die hoort bij een geluidssterkte van 61 dB.

De mate van overlast door stank wordt weergegeven door een getal  $G$ , de geur-index. De kleinste waarde van  $G$  is 0 en bij toenemende stank wordt de waarde van  $G$  groter. Bij het beschrijven van de overlast van lawaai én stank maken onderzoekers gebruik van de hinder-index  $H$ . De hinder-index is een getal. Voor het berekenen van de hinder-index  $H$  hebben we een formule nodig. Helaas gebruikt niet iedereen dezelfde formule. Twee onderzoekers gebruiken elk een eigen formule:

de eerste onderzoeker:  $H_1 = L + G$

de tweede onderzoeker:  $H_2 = \sqrt{L^2 + G^2}$

Als de hinder-index een getal kleiner dan 100 is, dan spreekt men van een aanvaardbare belasting van het leefmilieu door lawaai én stank. In alle andere gevallen vindt men de belasting van het leefmilieu door lawaai én stank onaanvaardbaar.

Het feit dat de twee onderzoekers verschillende formules gebruiken heeft onder andere tot gevolg dat er combinaties van  $L$  en  $G$  zijn, die bij de ene formule een aanvaardbare belasting voor het leefmilieu geven en bij de andere formule een onaanvaardbare. In de figuur op de bijlage zijn de combinaties van  $L$  en  $G$  getekend die met de formule van  $H_2$  een hinder-index 100 opleveren.

- 4 p 9 □ Geef in de figuur op de bijlage aan welke combinaties van  $L$  en  $G$  met de ene formule een aanvaardbare belasting voor het leefmilieu opleveren en met de andere formule een onaanvaardbare. Licht je werkwijze toe.

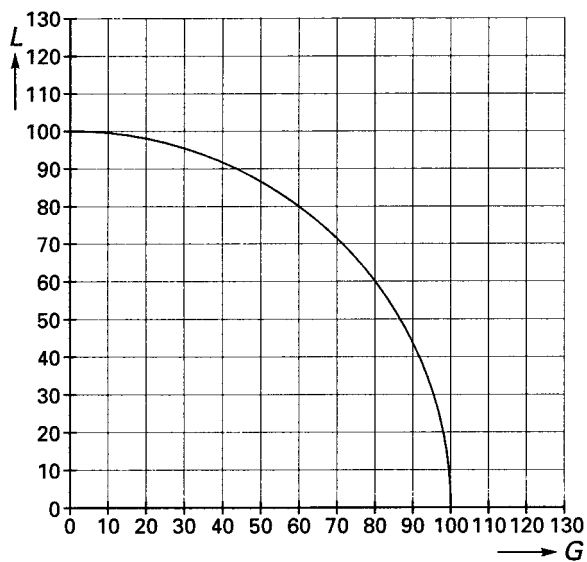
# Eindexamen wiskunde A havo 1994-I

---

- Op een zekere plaats geldt  $G = 30$ .
- 5 p 10  Bereken voor welke waarden van  $L$  er op die plaats volgens beide formules sprake is van een onaanvaardbare belasting voor het leefmilieu.

Bijlage bij de vragen 2, 9 en 19

## Vraag 9



## Opgave 4 Betrouwbaarheid

Een codeur is iemand die beoordeelt of artikelen bepaalde kenmerken hebben. Hij vult daarbij vragenlijsten in. Is volgens de codeur zo'n kenmerk aanwezig, dan vult hij bij de betreffende vraag een 1 in; zo niet, dan wordt een 0 ingevuld.

Een codeur moet 200 vragen beantwoorden. Hij besluit alle antwoorden te gokken. In zo'n situatie is het aantal goede antwoorden bij benadering normaal verdeeld met gemiddelde 100 en standaardafwijking 7,1.

- 5 p 11  Bereken de kans dat de codeur dan hoogstens 85 vragen goed beantwoordt. Rond je antwoord af op gehele procenten.

Ook als de codeur niet gokt, zal hij fouten kunnen maken.

Er zijn verschillende formules waarvan de uitkomsten iets zeggen over de betrouwbaarheid van de beoordelingen:

$$C = 1 - \frac{f}{n}$$

$$P = \frac{g - k}{n - k}$$

$n$  is het totaal aantal vragen,

$f$  is het aantal fout beantwoorde vragen,

$g$  is het aantal goed beantwoorde vragen,

$k$  is het aantal goed beantwoorde vragen dat je mag verwachten als alle vragen gegokt worden.

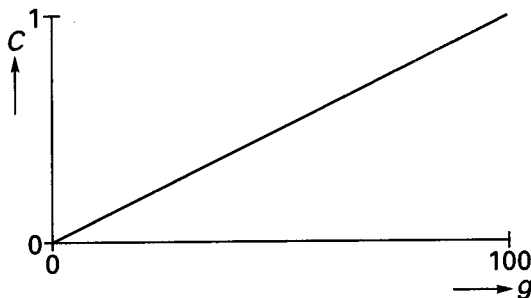
- 3 p 12  Laat zien dat  $C$  aangeeft welk deel van het totaal aantal vragen goed beantwoord is.

Neem voor de vragen 13 en 14 aan dat een codeur 100 vragen moet beantwoorden, dus  $n = 100$  en  $k = 50$ .

- 3 p 13  Teken een grafiek die het verband aangeeft tussen  $P$  en  $g$ .

In figuur 3 is een grafiek getekend die het verband aangeeft tussen  $C$  en  $g$ .

figuur 3



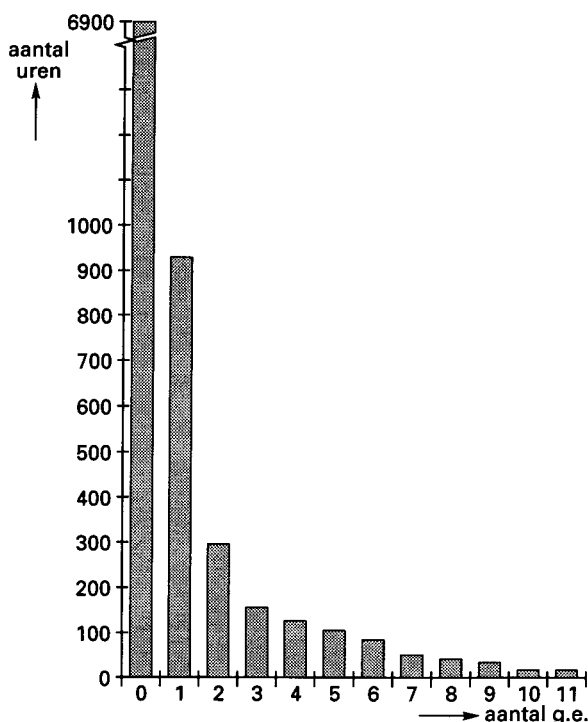
$P$  en  $C$  hangen nauw samen.

- 5 p 14  Teken een grafiek van het verband tussen  $P$  en  $C$  en stel een formule op van dit verband.

## Opdracht 5 Overlast

De stank van lucht wordt aangegeven door het aantal geureenheden (g.e.). Zuivere lucht bevat 0 g.e. Hoe groter de stank, des te groter het aantal g.e. Om de stankoverlast op een plaats vast te stellen, worden vele malen per jaar luchtmonsters genomen. Van elk luchtmonster bepaalt men het aantal g.e. Zo kan men vrij nauwkeurig het aantal uren per jaar vaststellen dat de lucht een zeker aantal g.e. bevatte. De resultaten van een jaar staan in figuur 4.

figuur 4

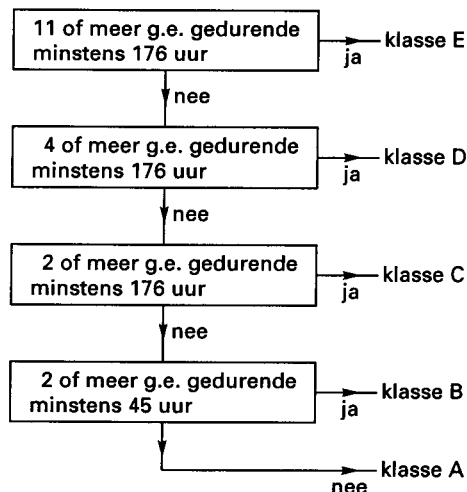


Je leest bijvoorbeeld in figuur 4 af dat op deze plaats de lucht bijna 300 uur 2 g.e. bevatte.

De stankoverlast op een plaats wordt uitgedrukt in één van de klassen A (nauwelijks overlast) tot en met E (grote overlast).

Die klasse wordt vastgesteld aan de hand van het schema van figuur 5.

figuur 5



5 p 15 □ Welke klasse behoort bij de situatie van figuur 4? Licht je antwoord toe.

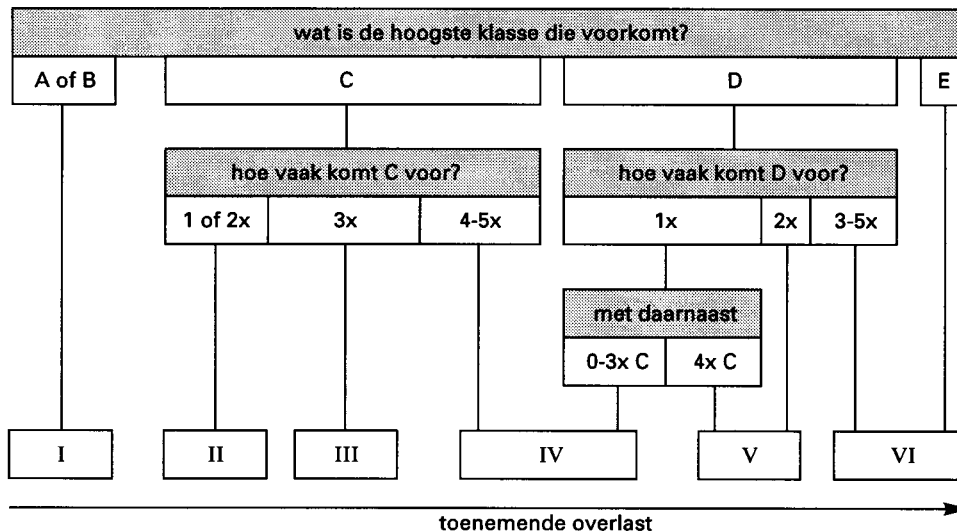
# Eindexamen wiskunde A havo 1994-I

Behalve stank zijn er natuurlijk nog andere omgevingsfactoren die de leefbaarheid negatief kunnen beïnvloeden. Bij een onderzoek naar overlast kijkt men naar vijf factoren: lawaai, onveiligheid, geur, kankerverwekkende stoffen en giftige stoffen. De totale overlast wordt op de volgende manier vastgesteld.

Ieder van de vijf factoren wordt gemeten en vervolgens ingedeeld in een van de volgende vijf beoordelingsklassen: van de laagste klasse A (nauwelijks overlast) tot en met de hoogste klasse E (grote overlast).

Met behulp van onderstaand schema (figuur 6) is nu de hindercode I, II, III, IV, V of VI te bepalen. Deze hindercode is een maat voor de totale overlast.

figuur 6



Stel bijvoorbeeld dat metingen van de 5 factoren het volgende rijtje opleveren: A-C-C-B-A (voor lawaai-onveiligheid-geur-kankerverwekkende stoffen-giftige stoffen). De bijbehorende hindercode is dan II.

- 5 p 16  Hoeveel verschillende rijtjes zijn er mogelijk die hindercode III hebben? Licht je antwoord toe.
- 4 p 17  Hoeveel verschillende rijtjes zijn er mogelijk die hindercode I hebben? Licht je antwoord toe.

Als één van de factoren 1 klasse hoger wordt, kan de hindercode stijgen.

- 3 p 18  Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat de hindercode in zo'n geval *meer* dan 1 hoger kan worden.

Door verandering van de voorschriften wordt de beoordeling van de factor geur telkens één klasse lager (E wordt D, D wordt C, enzovoort). Klasse A blijft A. Dit betekent dat in de rijtjes de derde letter verandert, behalve als daar een A staat. Hierdoor kan ook de hindercode veranderen. We kunnen dit in een graaf in beeld brengen.

In de graaf op de bijlage zijn de mogelijke veranderingen voor de hindercodes I t/m IV al aangegeven. Bovendien is aangegeven dat het mogelijk is dat de hindercode na aanpassing van de derde letter gelijk blijft.

- 6 p 19  Maak de graaf op de bijlage compleet door ook de hindercodes V en VI erbij te betrekken. Licht elke pijl die je hebt getekend toe met een voorbeeld.



**Vraag 19**

