

Eindexamen wiskunde A havo 1993-II

Opgave 1 100-plussers

Onder een 100-plusser verstaan we iemand die een leeftijd heeft van 100 jaar of hoger. In tabel 1 hieronder kun je het aantal 100-plussers in Nederland voor de jaren 1978 tot en met 1988 aflezen, telkens geteld op 1 januari.

tabel 1

	100j		101j		102j		103j		104j		105j		106j		107j		108j		109j		110j		totaal		
	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v	
1978	50	92	28	72	7	29	6	24	5	6	2	3	-	3	-	2	-	-	-	1	-	-	-	98	232
1979	50	107	32	58	17	41	2	14	2	12	3	4	2	1	-	1	-	1	-	-	-	-	-	108	239
1980	63	118	33	64	20	42	9	23	1	8	1	3	1	2	2	1	-	1	-	1	-	-	-	130	263
1981	59	124	39	69	21	41	12	22	3	14	1	4	-	2	1	1	-	-	-	1	-	-	-	136	278
1982	53	124	35	77	24	43	9	24	5	13	3	9	1	3	-	2	1	1	-	-	-	-	-	131	296
1983	70	144	32	79	15	43	14	24	7	17	2	4	1	5	1	2	-	1	-	1	-	-	-	142	320
1984	51	157	45	104	22	43	12	22	8	11	5	7	1	1	-	4	1	1	-	1	-	-	-	145	351
1985	73	182	33	114	31	65	16	27	5	15	2	7	4	5	-	-	-	3	-	1	-	-	-	164	419
1986	75	171	46	126	23	61	16	36	10	16	4	12	1	3	2	2	-	-	-	2	-	1	-	177	430
1987	77	199	36	112	27	77	15	36	8	18	6	14	2	6	-	-	2	1	-	-	-	1	-	173	464
1988	84	242	50	133	18	70	16	48	9	23	4	13	3	8	-	4	-	-	1	-	-	-	-	185	541

m = man
v = vrouw

Op 1 januari 1979 waren er 157 100-jarigen.

- 3 p 1 Was degene, die van deze 157 mensen als laatste in leven is gebleven, een man of een vrouw? Licht je antwoord toe.

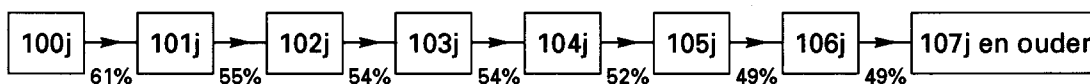
- 5 p 2 Bereken van de groep van alle 100-plussers van 1 januari 1978 het percentage dat op 1 januari 1982 nog in leven was.

In tabel 1 is te zien dat er op 1 januari 1988 meer dan tweemaal zoveel vrouwelijke 100-plussers waren als op 1 januari 1978.

- 5 p 3 Onderzoek of de gemiddelde leeftijd van de groep vrouwelijke 100-plussers van 1 januari 1988 hoger is dan die van de groep uit 1978.

Op basis van gegevens over een aantal jaren heeft men voor vrouwen een schatting gemaakt van de kansen om tenminste 1 jaar ouder te worden (zie figuur 1).

figuur 1



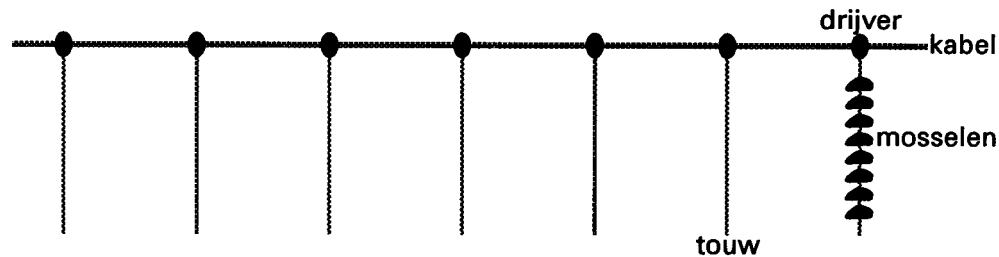
Uit dit model is bijvoorbeeld af te lezen dat vrouwen die hun 101-ste verjaardag vieren, een kans van 55% hebben om ook hun volgende verjaardag te kunnen vieren. We bekijken een groep van 250 vrouwen die hun 100-ste verjaardag vieren.

- 5 p 4 Hoeveel vrouwen uit deze groep zullen volgens het model op 103-jarige leeftijd overlijden? Licht je antwoord toe.

Opgave 2 Mosselfarm

Voor de kust van Spanje worden in zee mosselen gekweekt. Deze mosselen hangen aan verticale touwen, die op hun beurt weer zijn vastgemaakt aan drijvende kabels (zie figuur 2).

figuur 2



Deze kabels liggen naast elkaar, loodrecht op de stroomrichting van het zeewater (zie figuur 3). Dat zeewater stroomt steeds even snel en in dezelfde richting. Een mosselkweker zal proberen zoveel mogelijk kabels naast elkaar te leggen. Maar hij moet er wel voor zorgen dat alle mosselen voldoende voedsel krijgen. De mosselen filteren voedseldeeltjes uit het stromende water. Bij het passeren van iedere kabel verliest het water dus voedsel.

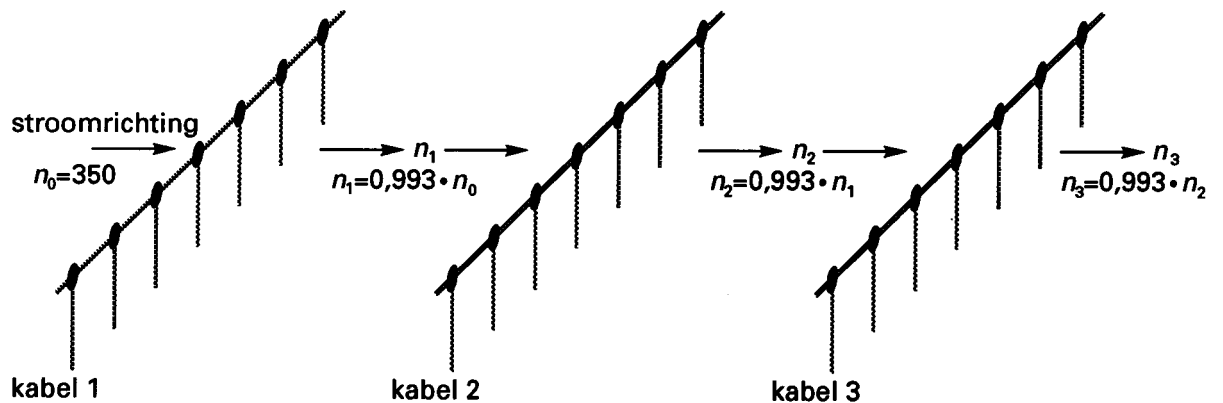
n_k is de hoeveelheid voedsel na het passeren van kabel k .

$n_0 = 350$ (mg/l) is de hoeveelheid voedsel voor het passeren van de eerste kabel.

Voor de hoeveelheid voedsel na kabel k geldt de formule:

$$n_k = 0,993 \cdot n_{k-1} \text{ (zie figuur 3).}$$

figuur 3



Elke mossel heeft per uur 200 mg voedsel nodig om in leven te blijven. Een mossel kan per uur het voedsel uit 2,4 liter zeewater eten.

- 5 p 5 Laat met een berekening zien dat de mosselen van de 150-ste kabel nog voldoende voedsel hebben.

De mosselfarm mag het milieu niet te zwaar belasten. Daarom geldt er een milieu-eis: het zeewater moet na het passeren van de laatste kabel nog minstens een kwart van de oorspronkelijke hoeveelheid voedsel bevatten.

- 8 p 6 Hoeveel kabels mag men maximaal naast elkaar leggen opdat alle mosselen nog voldoende voedsel hebben en ook aan de milieu-eis wordt voldaan? Licht je antwoord toe.

■ Opgave 3 Leesgemak

De ene tekst is gemakkelijker te lezen dan de andere.

Dat heeft te maken met het gebruik van lange, moeilijke woorden en lange zinnen. Taalkundigen hebben daar onderzoek naar gedaan. Zij hebben geprobeerd het 'leesgemak' van teksten in een getal uit te drukken. Dat getal wordt berekend met een formule waarin het gemiddeld aantal woorden per zin (W) en het gemiddeld aantal lettergrepen per woord (L) een rol spelen.

De formule voor het 'leesgemak' (LG) is dan:

$$LG = 206,8 - 0,93W - 77L.$$

Bij elke waarde van LG behoort een uitspraak over de stijl van de tekst.

Hieronder zie je bijvoorbeeld dat een tekst de stijl 'vrij gemakkelijk' krijgt als het 'leesgemak' LG ligt tussen 70 en 80.

Leesgemak	Stijl
$LG < 30$	zeer moeilijk
$30 \leq LG < 50$	moeilijk
$50 \leq LG < 60$	vrij moeilijk
$60 \leq LG < 70$	standaard
$70 \leq LG < 80$	vrij gemakkelijk
$80 \leq LG < 90$	gemakkelijk
$LG \geq 90$	zeer gemakkelijk

In het eerste stuk tekst van deze opgave (tot de formule) is voor iedere zin het aantal woorden en het aantal lettergrepen geteld.

	woorden	lettergrepen
zin 1	10	18
zin 2	14	22
zin 3	6	13
zin 4	13	21
zin 5	24	41
zin 6	7	11

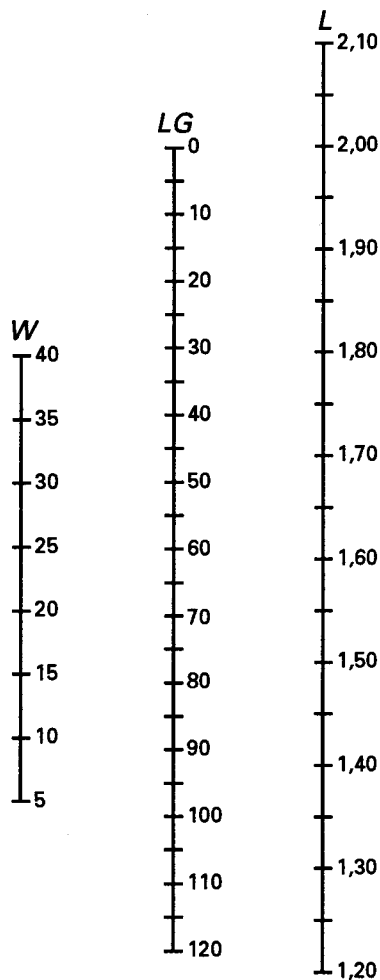
Aan de hand van deze gegevens is het gemiddeld aantal woorden (W) per zin en het gemiddeld aantal lettergrepen per woord (L) te berekenen.

- 6 p 7 □ Bereken het 'leesgemak' LG en vermeld de stijl van dat stukje tekst.

Eindexamen wiskunde A havo 1993-II

Vaak zijn formules lastiger te gebruiken dan figuren. Daarom is in figuur 4 een zogenaamd 'nomogram' gegeven.

figuur 4



Dat werkt als volgt: bepaal weer W en L van de tekst. Zoek de punten bij de beide waarden op respectievelijk de W -as en L -as op. Verbind de punten met een rechte lijn en lees op de LG -as af hoeveel het leesgemak is.

Voorbeeld: als $W = 15$ en $L = 1,70$ is, dan is het leesgemak iets meer dan 60.

- 3 p 8 Als een tekst per zin gemiddeld 15 woorden bevat en het leesgemak moet groter dan 70 zijn, hoeveel lettergrepen kunnen de woorden dan gemiddeld hebben? Geef aan hoe je je antwoord hebt gevonden. Je mag gebruik maken van het nomogram op de bijlage.

Er zijn 3 'moeilijke' stijlen (variërend van zeer moeilijk tot vrij moeilijk) en 4 niet-moeilijke.

- 7 p 9 Arceer in de figuur op de bijlage het gebied dat behoort bij de niet-moeilijke stijlen. Licht je werkwijze toe.

Bij een onderzoek naar de leesbaarheid van kranten heeft men het leesgemak bepaald van een groot aantal artikelen uit die kranten. Daarbij bleek het leesgemak van artikelen bij benadering normaal verdeeld te zijn.

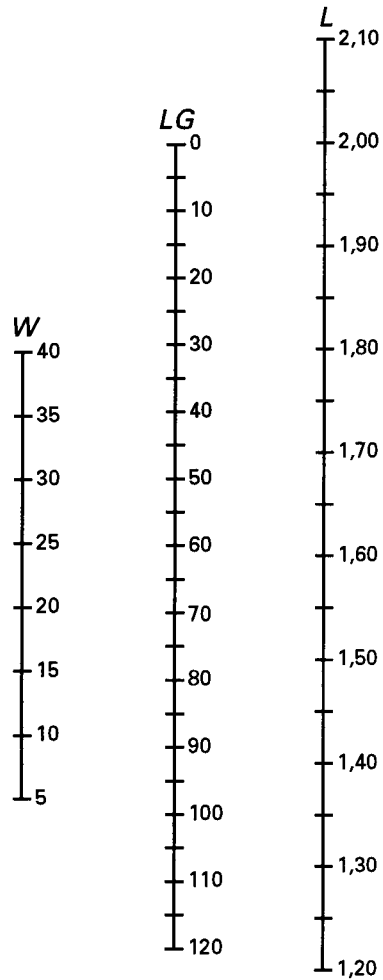
Neem aan dat LG van de artikelen normaal verdeeld is met gemiddelde 67 en standaardafwijking 8.

- 7 p 10 Bereken hoeveel procent van de artikelen tot de stijl 'vrij gemakkelijk' behoort.

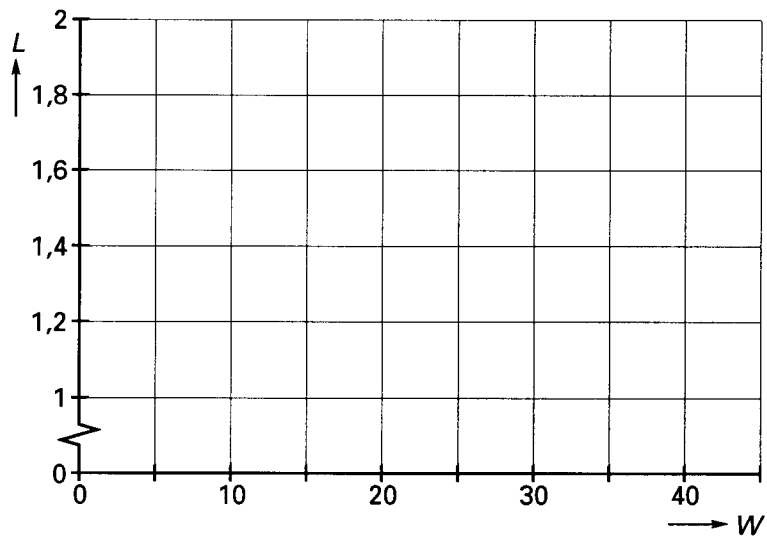
Eindexamen wiskunde A havo 1993-II

Bijlage bij de vragen 8 en 9

Vraag 8



Vraag 9

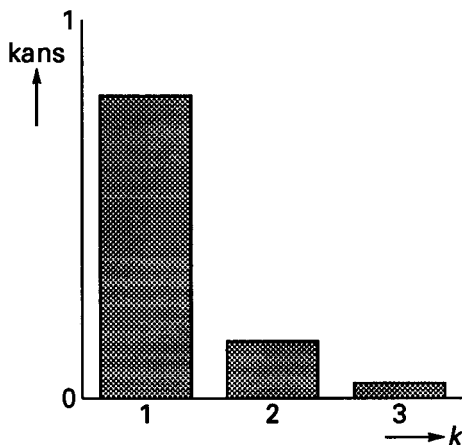


■ Opgave 4 Aansteker

Aanstekers zijn niet allemaal even goed: de ene aansteker heeft een grotere kans om een vlam te geven dan de andere. Zo'n kans noemen we de vlamkans. Neem aan dat voor iedere aansteker geldt dat de vlamkans bij iedere poging gelijk is en onafhankelijk is van eerdere pogingen.

Stel dat een aansteker een vlamkans heeft van 0,8. In het histogram van figuur 5 is voor $k = 1, 2$ en 3 aangegeven hoe groot de kans is dat deze aansteker pas bij de k -de poging voor het eerst een vlam geeft.

figuur 5



- 4 p 11 □ Bereken de kansen die behoren bij $k = 2$ en $k = 3$.

Voordat een aansteker de fabriek verlaat, wordt hij getest. Bij de test wordt de aansteker goedgekeurd als hij in maximaal 3 pogingen een vlam geeft.

Stel weer dat een aansteker een vlamkans heeft van 0,8. Deze kans is vrij hoog, maar dat betekent nog niet automatisch dat die aansteker goedgekeurd wordt.

- 3 p 12 □ Bereken de kans dat die aansteker goedgekeurd wordt.
- 5 p 13 □ Bij welke vlamkans is de kans dat een aansteker afgekeurd wordt 5%? Licht je antwoord toe.

Eindexamen wiskunde A havo 1993-II

Andere manieren van testen zijn ook mogelijk. Bijvoorbeeld: elke aansteker wordt 10 maal achter elkaar geprobeerd.

Als hij drie of meer keer achter elkaar heeft geweigerd in die serie van 10 wordt de aansteker afgekeurd, anders goedgekeurd.

Bij een bepaalde aansteker krijgt men het volgende resultaat bij de test

N N J N N J N N J N
(N = werkt niet; J = doet het wel)

Deze aansteker wordt dus goedgekeurd.

- 4 p 14 Hoeveel verschillende series met 3 keer J en 7 keer N zijn er mogelijk waarbij de aansteker goedgekeurd wordt? Licht je antwoord toe.
- 3 p 15 Hoeveel verschillende series met 3 keer J en 7 keer N zijn er totaal mogelijk?

Bij een serie van 3 keer J en 7 keer N kan de aansteker goedgekeurd of afgekeurd worden. Dat is afhankelijk van de volgorde waarin de letters J en N staan.

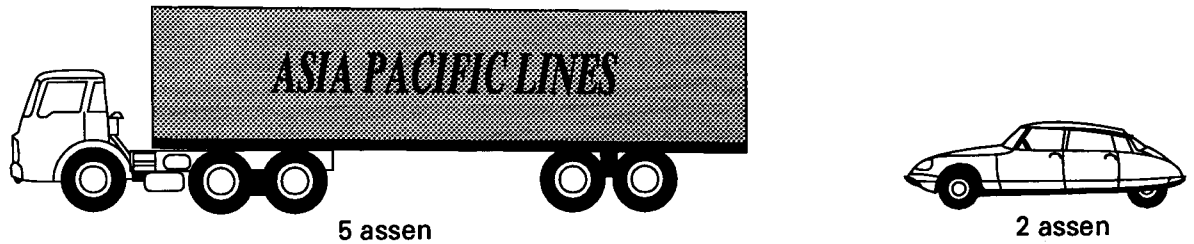
Bij sommige aantallen J en N in zo'n serie van 10 is de volgorde niet van belang. Zo weet je bijvoorbeeld zeker dat de aansteker wordt goedgekeurd als er slechts één N is voorgekomen.

- 5 p 16 Bij welke aantallen J en N is de volgorde niet van belang voor de uitkomst van de keuring? Licht je antwoord toe.

■ Opgave 5 Assen tellen

Soms zie je over de weg een zwarte kabel liggen verbonden met een kastje. Hiermee wordt geteld hoe vaak de kabel door passerende auto's wordt ingedrukt. Het apparaat telt niet het aantal auto's, maar het aantal assen. Het is niet mogelijk direct het aantal auto's te tellen omdat niet elke auto – denk maar aan grote vrachtauto's en bussen of personenauto's met aanhanger – twee assen heeft. Voor het gemak maken we slechts onderscheid tussen personenauto's (2 assen) en 'vrachtwagens' (2 of meer assen). Neem in het vervolg van deze opgave aan dat een 'vrachtwagen' gemiddeld 2,64 assen heeft.

figuur 6



Op zekere dag zijn er 3000 auto's gepasseerd. Neem aan dat 25% van de gepasseerde auto's vrachtwagens zijn.

- 4 p 17 Geef een schatting van het totale aantal assen dat die dag geteld is. Licht je antwoord toe.

Op een dag zijn er 3000 auto's gepasseerd. Het aantal vrachtwagens hiervan was $V\%$ van 3000. Een teller heeft 6635 assen geteld.

- 4 p 18 Bereken V .

Het aantal auto's (dus personenauto's en vrachtwagens samen) dat op een werkdag passeert, noemen we N , het percentage vrachtwagens noemen we weer V , en het aantal getelde assen noemen we A . Voor V kun je betrouwbare schattingen geven die per dag niet veel zullen variëren, en het aantal getelde assen A wordt dagelijks gemeten. Men wil nu een formule hebben waarmee je uit V en A een schatting voor het aantal gepasseerde auto's N kunt berekenen.

- 4 p 19 Stel zo'n formule op.