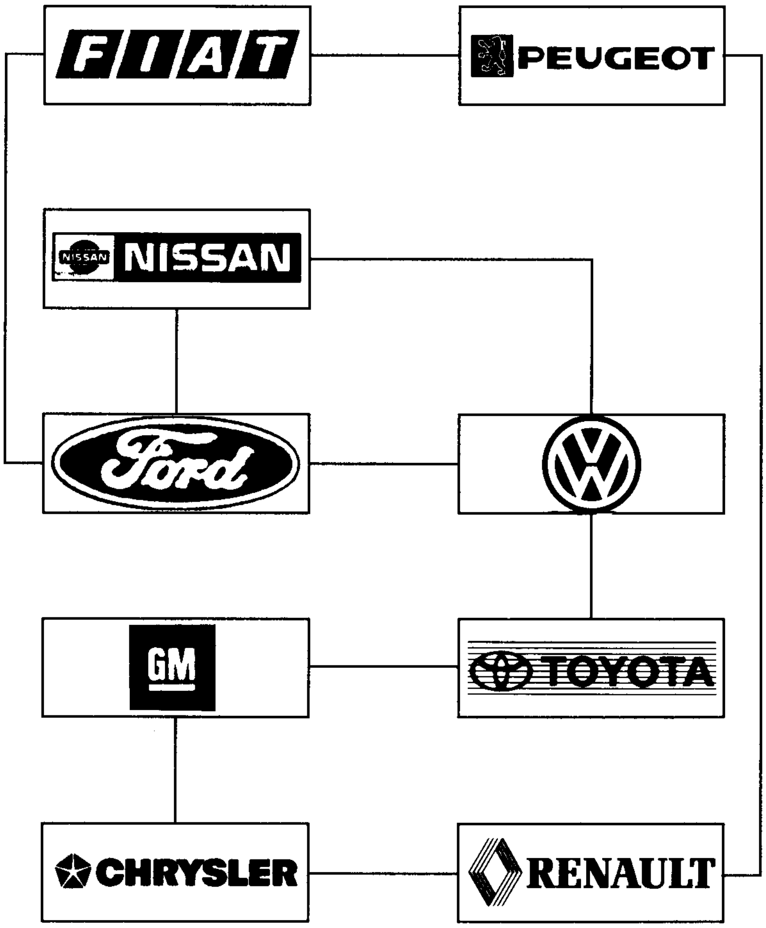
Opgave 1 Automerken

Door de grote concurrentie en de druk vanuit de maatschappij om schonere motoren te produceren, worden ook de grote automerken steeds meer tot samenwerking gedwongen. Alleen zo zijn ze in staat de kosten voor ontwikkeling, produktie en verkoop te verlagen.
In figuur 1 zie je in een graaf tussen welke automerken er een directe samenwerking bestaat: deze merken zijn onderling verbonden.

figuur 1



De *samenwerkingsgraad* is het aantal directe samenwerkingen tussen de negen merken gedeeld door het maximaal aantal mogelijke directe samenwerkingen.

5p **1** □ Bereken die samenwerkingsgraad.

Als twee automerken direct samenwerken dan zeggen we dat hun afstand 1 is.
Als twee automerken niet direct samenwerken dan zeggen we dat hun afstand gelijk is aan het kleinste aantal stappen in de graaf tussen deze twee automerken.
De afstanden tussen de negen automerken staan in tabel 1.

tabel 1

	Ford	Fiat	VW	Nissan	GM	Chrysler	Toyota	Renault
Fiat	1							
VW	1	2						
Nissan	1	2	1					
GM	3	4	2	3				
Chrysler	4	3	3	4	1			
Toyota	2	3	1	2	1	2		
Renault	3	2	4	4	2	1	3	
Peugeot	2	1	3	3	3	2	4	1

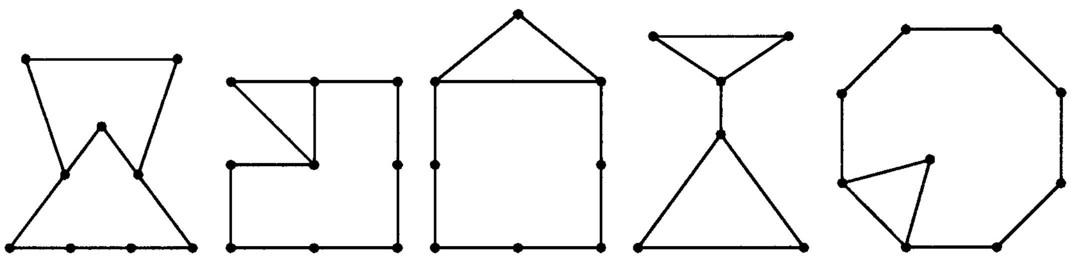
2p **2** □ Bereken de gemiddelde afstand van Peugeot tot de andere merken.

4p **3** □ Voor welke merken is de gemiddelde afstand tot de andere merken het kleinst? Licht je antwoord toe.

De graaf kan zodanig worden getekend, dat de samenwerkingsstructuur beter zichtbaar wordt.

6p **4** □ Welke van de grafen uit figuur 2 passen bij de samenwerkingsstructuur van de automerken? Neem die grafen over en schrijf de merken erbij.

figuur 2



a b c d e

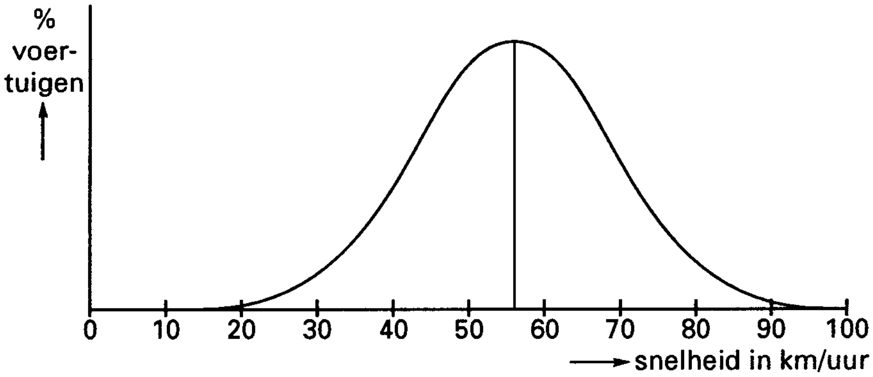
Uit figuur 1 blijkt dat er merken zijn die met drie andere merken direct samenwerken en merken die met twee andere direct samenwerken.
Door één nieuwe directe samenwerking tussen twee merken ontstaat een nieuwe situatie: vier merken werken dan met drie andere direct samen en de overige merken met twee. Omdat dit de enige informatie is die tot nu toe in de krant heeft gestaan, proberen we te achterhalen welke nieuwe samenwerking het betreft.

6p **5** □ Hoeveel mogelijkheden zijn er, als we uitsluitend over deze informatie beschikken? Licht je antwoord toe.

Opgave 2 Verkeersintensiteit en rijsnelheden

Om aan te geven hoe druk het is op een weg gebruikt men het begrip verkeersintensiteit.
Die intensiteit (I) wordt gegeven als een percentage van het maximale aantal auto's dat een weg per uur kan verwerken. Is er geen verkeer, dan is de verkeersintensiteit 0.
Bij een lage verkeersintensiteit (het is rustig op de weg) is er veel variatie in de snelheden van de auto's. Naarmate de intensiteit toeneemt moet de automobilist zijn snelheid meer aanpassen aan het overige verkeer.
Bij weinig verkeer ($I = 5$) lijkt de verdeling van de snelheden op de normale verdeling (zie figuur 3).

figuur 3

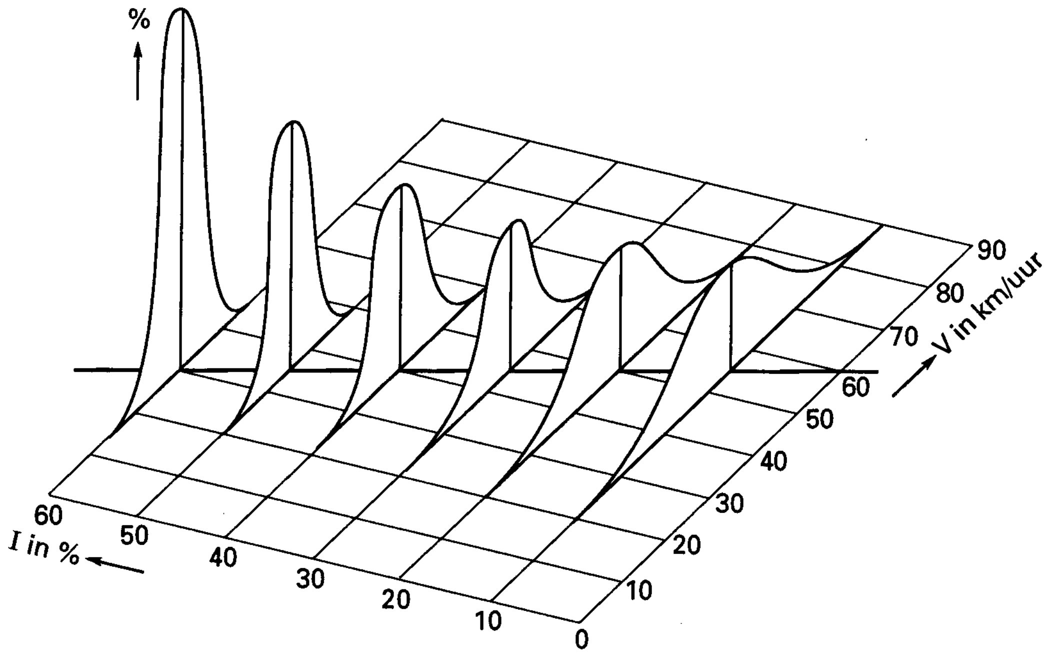


Neem aan dat de snelheden normaal verdeeld zijn met een gemiddelde van 56 km/uur en een standaardafwijking van 13 km/uur. Op deze weg mag maximaal 70 km/uur gereden worden.

4p **6** □ Bereken hoeveel procent van de auto's te hard rijdt.

In figuur 4 is voor een bepaald type weg bij een aantal verschillende verkeersintensiteiten (I) de verdeling van de snelheden (V) getekend. Die verdeling lijkt steeds sterk op een normale verdeling.

figuur 4



Als de verkeersintensiteit (I) toeneemt, verandert ook
1 de spreiding van de snelheden;
2 de gemiddelde snelheid;
3 het percentage voertuigen dat ongeveer de gemiddelde snelheid rijdt.

3p **7** □ Geef voor elk van deze drie veranderingen aan of er dan sprake is van toename.

In figuur 4 is een rechte lijn getekend die het verband tussen I en de gemiddelde rijsnelheid ($V_{\text{gemiddeld}}$) aangeeft.

5p **8** □ Stel een formule op die $V_{\text{gemiddeld}}$ uitdrukt in I.

Bekijk in figuur 4 de snelheidsverdeling bij $I = 30$. Neem aan dat deze snelheden normaal verdeeld zijn met een standaardafwijking van 7 km/uur.
We zeggen dat een auto zeer snel rijdt als zijn snelheid hoort bij de 10% hoogste snelheden en zeer langzaam als zijn snelheid hoort bij de 10% laagste snelheden.

5p **9** □ Bereken tussen welke grenzen de snelheden liggen van de auto's die niet zeer snel of zeer langzaam rijden.

Opgave 3 De Ramp

Kansrekening kom je overal in wetenschappelijke publikaties tegen. Helaas is de formulering niet altijd even helder. Hieronder vind je daar een voorbeeld van.
De tekst is afkomstig uit het standaardwerk „De Nederlandse Delta''. Het beschrijft de overstromingsramp van 1953. Toen steeg het water bij vloed zo hoog, dat een groot deel van Zuidwest-Nederland onder water kwam te staan.

tekst

De ramp...

De stormvloed, die in de nacht van 31 januari op 1 februari 1953 ons land overviel, kwam als een volslagen verrassing. We wisten wel dat een vloed van een dergelijke hoogte eens zou kunnen voorkomen. Zo'n vloed heeft een frequentie van ongeveer 1/300, dat wil zeggen dat een willekeurige inwoner van het Deltagebied een kans heeft van bijna 25 procent om een vloed van dit formaat eenmaal in zijn leven mee te maken. Maar zo'n kansberekening sprak niet tot de verbeelding, een eventuele gebeurtenis van deze omvang kon men zich nauwelijks voorstellen. Terwijl in de rampnacht het vloedwater tot angstwekkende hoogte begon te stijgen, hadden vele Deltabewoners zich dan ook onbekommerd ter ruste begeven.

We gaan de regels 3 tot en met 8 eens nauwkeuriger bekijken. Er wordt gesproken over „een frequentie van ongeveer 1/300''. Je zou kunnen denken dat de schrijver bedoelt, dat we per 300 keren vloed gemiddeld 1 keer „een dergelijke hoogte'' kunnen verwachten.
De tijd tussen twee opeenvolgende keren vloed is 12 uur en 25 minuten.
Mensen worden gemiddeld ongeveer 73 jaar oud.

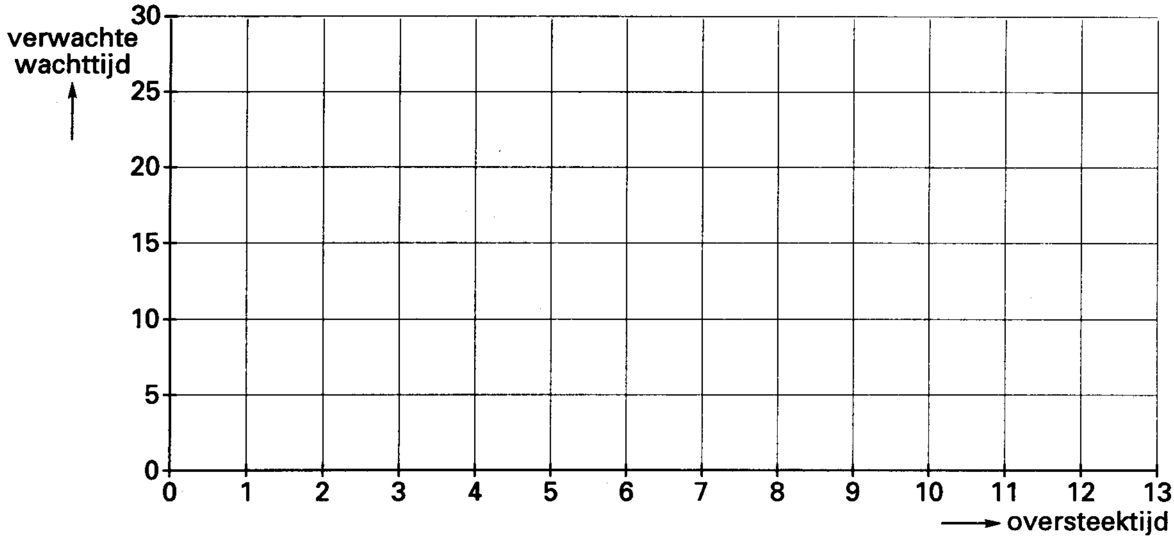
5p **10** □ Gemiddeld hoeveel keer in een mensenleven zal een dergelijke hoogte dan voorkomen? Licht je antwoord toe.

Omdat in de tekst gesproken wordt van een kans van bijna 25%, kan het niet zo zijn dat de schrijver met „een frequentie van ongeveer 1/300'' bedoelde: ongeveer 1 keer per 300 keer vloed. Misschien bedoelde de schrijver wel: gemiddeld 1 keer per 300 jaar.
Neem aan dat voor ieder jaar geldt dat de kans op zo'n vloed 1/300 is.
De schrijver spreekt in regel 7 en 8 over „eenmaal in zijn leven''. Ga er van uit dat hij „minstens eenmaal in zijn leven'' bedoelt.

6p **11** □ Ga met een berekening na of de uitspraak „... een kans heeft van bijna 25%.....'' hiermee in overeenstemming is.

Bijlage bij vraag 10

Vraag 10



Opgave 4 Veevoeder

figuur 5

Melkvee dat op stal staat, moet goed gevoederd worden. Koeien moeten voldoende voeding krijgen en dit voer moet van goede samenstelling en kwaliteit zijn.
In de hoge eisen die aan het voer gesteld worden, gebruikt men het begrip VEM-behoefte (VEM = Voeder Eenheid Melkvee). Met de VEM-behoefte wordt aangegeven wat een koe per dag aan voer nodig heeft. Om gezond te blijven heeft een koe met een lichaamsgewicht van 600 kg een VEM-behoefte van 5000.
Koeien, die melk geven, hebben extra voedingsstoffen, dus ook extra eenheden VEM nodig. Het aantal kilo's melk dat een koe per dag produceert, noemen we de melkgift. Er bestaan tabellen waarin, bij de melkgift en het vetpercentage van die melk, de bijbehorende VEM-behoefte af te lezen is. Tabel 2 geldt voor koeien met een lichaamsgewicht van 600 kg.

tabel 2

Werkelijke melkgift (m) in kg	3,5% vet VEM-beh.	3,75% vet VEM-beh.	4% vet VEM-beh.	4,25% vet VEM-beh.
10	9150	9300	9500	9650
15	11250	11500	11800	12050
20	13400	13750	14100	14450
25	15600	16000	16450	16900
30	17800	18350	18850	19400
35	20000	20650	21300	21950

Melk met 4% vet heet meetmelk.
Bij meetmelk kan als benadering voor de VEM-behoefte van een koe van 600 kg de formule

$$\text{VEM-behoefte} = 5000 + 460M$$

gebruikt worden (M = melkgift in kg meetmelk).

Als je de uitkomsten van deze formule vergelijkt met de bijbehorende getallen in de 4% vet-kolom van de tabel, ontdek je dat de formule uitkomsten levert die wat afwijken van de bijbehorende tabelwaarden.

6p **12** □ Wat is de grootste procentuele afwijking die je tegenkomt?
Licht je antwoord toe.

Tabel 2 geeft niet voor alle vetpercentages de VEM-behoefte. Om die ook voor andere percentages te kunnen bepalen, rekent men de werkelijke melkgift m eerst om naar de melkgift M van meetmelk. Voor het omrekenen van m naar M gebruikt men de formule

$$M = (0{,}4 + 0{,}15v) \cdot m$$

M = melkgift in kg meetmelk; v = vetpercentage;
m = werkelijke melkgift in kg.

2p **13** □ Laat met behulp van de formule zien dat bij een vetpercentage van 4 de werkelijke melkgift gelijk is aan de melkgift in meetmelk.

Met behulp van de twee formules kunnen we nu de VEM-behoefte berekenen van een koe van 600 kg, die dagelijks 25 kg melk geeft met 5% vet.

4p **14** □ Bereken die VEM-behoefte.

Een koe van 600 kg die nog geen melk geeft, heeft een VEM-behoefte van 5000.
Voor iedere 50 kg lichaamsgewicht boven of beneden 600 kg moet de VEM-behoefte verhoogd, respectievelijk verlaagd worden met 300 VEM.

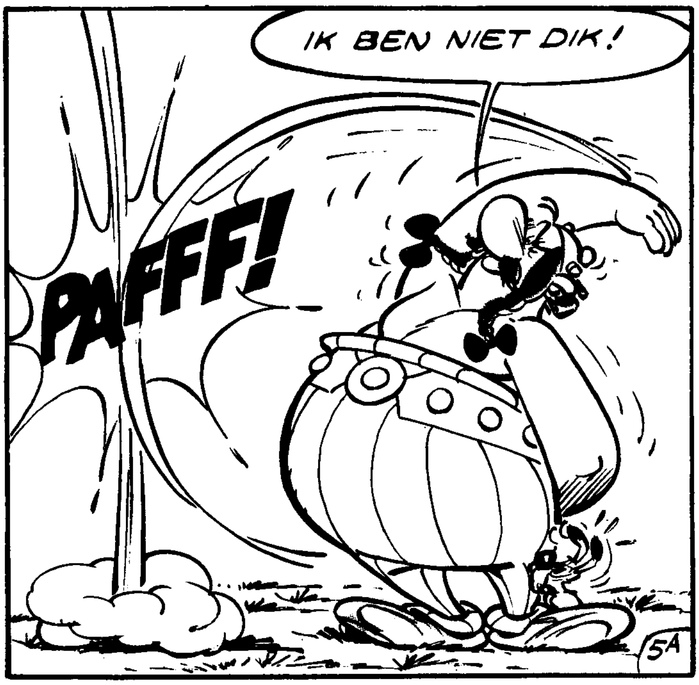
4p **15** □ Maak een formule die de VEM-behoefte van een koe die nog geen melk geeft, uitdrukt in G (G = gewicht in kg).

De VEM-behoefte van een koe is afhankelijk van het gewicht G van de koe, haar werkelijke melkgift m en het vetpercentage v van die melk.

4p **16** □ Maak een formule die de VEM-behoefte uitdrukt in G, m en v.

Opgave 5 Dik en dun

figuur 6



Door de eeuwen heen hebben mensen verschillend gesproken over „dik'' zijn. Dit was vaak een modetrend: het ene ogenblik was „dik'' in de mode, in een andere periode was „dun'' het toppunt van schoonheid. De laatste jaren wordt meer een verband gelegd tussen gewicht en gezondheid. Als hulpmiddel bij deze samenhang gebruikt men soms de zogenaamde Quetelet-index (Q).
Q is het gewicht g (in kg) gedeeld door de lengte l (in m) in het kwadraat:

$$Q = \frac{g}{l^2}$$

Aan de hand van de waarde van deze Quetelet-index worden volwassenen ingedeeld in 4 categorieën:

categorie 1: te mager	$Q < 20$
categorie 2: gezond	$20 \leqq Q < 25$
categorie 3: iets te zwaar	$25 \leqq Q < 30$
categorie 4: te zwaar	$Q \geqq 30$

3p **17** □ Bereken tot welke categorie iemand behoort die 1,85 m lang is en 75 kg weegt.

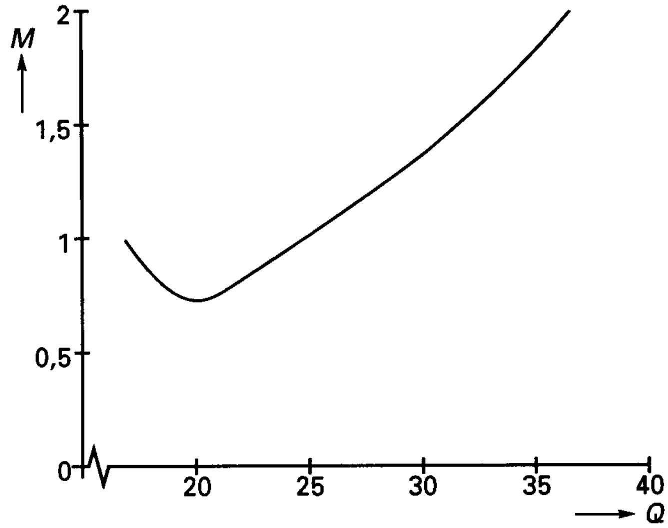
In de figuur op de bijlage is van categorie 3 de grenslijn met $Q = 30$ al getekend.

6p **18** □ Teken de andere grenslijn en arceer het gebied van categorie 3.

Men heeft in de leeftijdscategorie 30–39 jaar de samenhang onderzocht tussen het overlijdensrisico en de Quetelet-index.
Dat risico wordt uitgedrukt met de mortaliteitsratio M.*
Een mortaliteitsratio $M = 2$ bij een Quetelet-index $Q = 37$ betekent dat men bij $Q = 37$ een tweemaal zo groot risico loopt om binnen een jaar te sterven als gemiddeld.

In de grafiek hieronder is voor de leeftijdscategorie 30–39 jaar de mortaliteitsratio M uitgezet tegen de Quetelet-index Q (zie figuur 7).

figuur 7



Iemand uit deze leeftijdscategorie heeft een lengte van 1,75 m.

5p **19** □ Bij welk gewicht is zijn mortaliteitsratio het kleinst? Licht je antwoord toe.

Voor Q groter dan 25 geldt bij benadering de formule

$$M = 0{,}24 \cdot (1{,}06)^{Q}.$$

Iemand met een lengte van 1,90 m slankt af van 120 kg naar 95 kg. Ook hij behoort tot de leeftijdscategorie 30–39 jaar.

5p **20** □ Bereken hoeveel zijn mortaliteitsratio verandert.

noot

* De mortaliteitsratio M is de verhouding tussen twee sterftekansen.
Onder de sterftekans van een groep mensen verstaat men het percentage sterfgevallen in die groep binnen het tijdsbestek van één jaar.
De mortaliteitsratio is de sterftekans bij een bepaalde waarde van Q, gedeeld door de gemiddelde sterftekans van de gehele leeftijdsgroep.