

Eindexamen wiskunde A 1-2 havo 2005-II

Differentia

Differentia is een eenvoudig dobbelspel. Het spel wordt gespeeld onder leiding van een spelleider, die er wat aan probeert te verdienen. Tijdens het spel wordt er met twee dobbelstenen geworpen. Na een worp wordt er gekeken naar het *verschil* tussen de ogen aantallen van de twee dobbelstenen. Als er bijvoorbeeld een 4 en een 6 gegooid worden, dan is het verschil 2.

3p 19 Toon aan dat de kans op een verschil van 2 gelijk is aan $\frac{8}{36}$.

De kansen op alle mogelijke verschillen staan in tabel 1.

tabel 1

Verschil	0	1	2	3	4	5
Kans	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

John, de spelleider, speelt met de deelnemers Mary, Liza, Jan en Renze een spelletje differentia met de volgende spelregels:

- iedere deelnemer kiest vooraf het verschil waar hij of zij gedurende het hele spel op inzet;
- de deelnemers kiezen vooraf het aantal worpen met de twee dobbelstenen;
- iedere deelnemer betaalt per worp 2 euro aan de spelleider;
- na elke worp betaalt de spelleider een bedrag uit aan iedere deelnemer die op het goede verschil heeft ingezet. Dat bedrag staat in tabel 2. De overige deelnemers ontvangen niets.

tabel 2

Verschil	0	1	2	3	4	5
Uitbetaling (in euro)	9	5	7	9	15	35

Mary zet in op verschil 0, Liza op verschil 5, Jan op verschil 1 en Renze op verschil 2. De deelnemers willen dat er in dit spel 15 keer geworpen wordt. De dobbelstenen vallen als volgt, zie tabel 3.

tabel 3

Worp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Dobbelsteen 1	4	3	1	1	4	4	5	4	1	6	3	1	4	1	5
Dobbelsteen 2	3	2	1	2	5	5	2	6	4	2	4	6	4	1	1

De spelleider heeft bij dit spel met 15 worpen meer geld ontvangen dan uitbetaald.
5p 20 Bereken hoeveel euro de spelleider heeft verdiend.

Liza heeft op een verschil van 5 ingezet, omdat de uitbetaling dan zo hoog is. Ze wil weten of dat verstandig is.

4p 21 Toon aan dat bij inzetten op een verschil van 5 de verwachtingswaarde van de uitbetaling het hoogste is.

Eindexamen wiskunde A 1-2 havo 2005-II

Gelukkig voor Liza is in dit spel één keer het verschil 5 voorgekomen. In het verleden is het wel eens gebeurd dat er tijdens een spel geen enkele keer het verschil 5 voorkwam. Ze denkt dat het toen beter was geweest om te kiezen voor meer worpen, zodat het verschil 5 misschien wel was voorgekomen. De kans dat in n worpen tenminste één keer het verschil 5 voorkomt, wordt gegeven door de formule:

$$P(\text{tenminste één keer het verschil 5 in } n \text{ worpen}) = 1 - \left(\frac{34}{36}\right)^n$$

Liza wil graag dat er zo vaak wordt geworpen dat er een flinke kans is op tenminste één keer verschil 5.

- 4p **22** Bereken hoeveel worpen Liza minimaal moet kiezen, zodat die kans groter is dan 75%.