

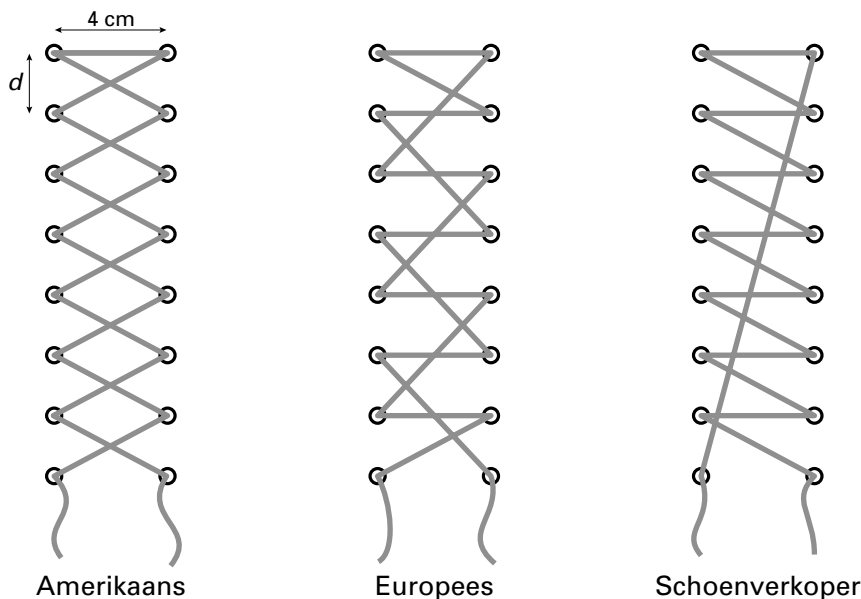
Opgave 4 Schoenveters



De meeste schoenen worden met veters dichtgemaakt. De schoen heeft dan twee rijen gaatjes waar een veter doorheen gehaald moet worden. Als je daarna een knoop legt in de overblijvende stukken, zit de schoen dicht.

In deze opgave bekijken we drie manieren om schoenveters te rijgen: Amerikaans (zigzag), Europees (recht) en Schoenverkoper (snel). Zie figuur 5.

figuur 5



Voor schoenen met drie paar gaatjes is er iets bijzonders aan de hand: twee van de drie manieren van rijgen geven hetzelfde resultaat.

- 4p 12 □ Maak voor elk van de drie manieren van rijgen een schets, zoals in figuur 5, en laat daarmee zien welke twee manieren hetzelfde resultaat geven.

Bij elk van de drie genoemde manieren van rijgen hoort een formule voor de benodigde veterlengte. Daarbij laten we het deel van de veter waar de knoop in komt buiten beschouwing, omdat dat deel voor elke manier van rijgen even lang is. Voor de veterlengte l gelden dan de volgende formules.

Amerikaans: $l = 4 + 2(n - 1) \cdot \sqrt{d^2 + 16}$

Europees: $l = 4(n - 1) + 2\sqrt{d^2 + 16} + (n - 2) \cdot \sqrt{4d^2 + 16}$

Schoenverkoper: $l = 4(n - 1) + (n - 1) \cdot \sqrt{d^2 + 16} + \sqrt{(n - 1)^2 \cdot d^2 + 16}$

Eindexamen wiskunde a 1-2 havo 2001 - I

Hierbij is n het aantal paren gaatjes en d de afstand tussen de opeenvolgende gaatjes. De veterlengte l en de afstand d zijn in centimeters. Voor de formules is de afstand tussen de linker- en rechtergaatjes op 4 cm gesteld. De formules gelden voor schoenen met ten minste twee paar gaatjes.

Ga uit van een schoen met acht paar gaatjes, waarbij de afstand tussen de opeenvolgende gaatjes 1,8 cm is.

- 5p 13 Bereken het verschil in veterlengte l tussen de manieren Europees en Schoenverkoper.

Een fabrikant maakt een model schoenen in de maten 38 tot en met 45. Om de veters te rijgen gebruikt hij de Amerikaanse manier.

Voor schoenmaat 38 geldt $n = 6$ en $d = 1,5$. De totale afstand tussen het eerste paar en het laatste paar vetergaatjes is dan 7,5 cm.

Bij een grotere schoenmaat moet die afstand 9 cm worden. Daarvoor kan de fabrikant kiezen uit twee mogelijkheden:

I één paar vetergaatjes erbij;

II geen paar vetergaatjes erbij, maar de afstand d vergroten.

- 5p 14 Bereken het verschil in veterlengte l tussen beide mogelijkheden.

Naar aanleiding van het resultaat van vraag 14 besluit de fabrikant het model in elke maat met 6 paar vetergaatjes te maken (dus $n = 6$). Voor de fabrikant wordt de formule dan:

Amerikaans:
$$l = 4 + 10\sqrt{d^2 + 16}$$

Om de stevigheid rond de voet te garanderen bij grotere schoenmaten maakt de fabrikant de afstand tussen de vetergaatjes volgens tabel 2.

tabel 2

Schoenmaat	38	39	40	41	42	43	44	45
d (in cm)	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2

- 4p 15 Voor een fatsoenlijke knoop is bij dit type schoen ten minste 42 cm extra veter nodig. Onderzoek bij welke schoenmaten je een veter van 90 cm kunt gebruiken. Licht je antwoord toe.

Voor de andere twee manieren om schoenveters te rijgen, luiden de formules voor de veterlengte van schoenmodellen met zes paar vetergaatjes ($n = 6$) als volgt:

Europees:
$$l = 20 + 2\sqrt{d^2 + 16} + 4\sqrt{4d^2 + 16}$$

Schoenverkoper:
$$l = 20 + 5\sqrt{d^2 + 16} + \sqrt{25d^2 + 16}$$

De fabrikant wil zo kort mogelijke veters in de schoenen doen, want kortere veters zijn goedkoper. Daarbij zijn er drie mogelijke manieren van rijgen: Amerikaans, Europees en Schoenverkoper.

- 4p 16 Is er een manier van rijgen die voor alle schoenmaten van tabel 2 het goedkoopst is? Zo ja, welke? Licht je antwoord toe.