

Opgave 4 Wiskunde in bad

Misschien is het je na het nemen van een bad wel eens opgevallen dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind. Aan de hand van een wiskundig model gaan we dat hier onderzoeken. De vorm van het bad is een rechthoekige bak. Nadat we de stop eruit getrokken hebben, wordt de hoogte van het badwater steeds kleiner. Deze hoogte noemen we de waterhoogte. Zie figuur 5.

figuur 5



Tijdens het leeglopen wordt op een aantal tijdstippen de waterhoogte gemeten. Bij deze meetresultaten past de volgende formule:

$$\text{waterhoogte} = (7 - 0,03t)^2$$

Hierbij wordt de *waterhoogte* gegeven in centimeter en de tijd t in seconden. Als het bad vol is, is volgens de formule de waterhoogte 49 cm. Op $t = 0$ begint het bad leeg te lopen.

- Als de waterhoogte gelijk is aan 0 is het bad helemaal leeggelopen.
- 3p **12** Toon aan dat het leeglopen van het bad ongeveer 233 seconden duurt.
- 5p **13** Leg uit met behulp van een schets van de grafiek van de waterhoogte dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind.

De formule van de waterhoogte kan ook geschreven worden als

$$\text{waterhoogte} = 49 - 0,42t + 0,0009t^2$$

Aangezien de waterhoogte daalt tussen $t = 0$ en $t = 233$, zal de afgeleide daar steeds negatief zijn. Met behulp van deze afgeleide kun je aantonen dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind.

- 6p **14** Toon dit aan met behulp van een schets van de grafiek van de afgeleide.

Bij het leeglopen van het bad is het bad op een gegeven moment nog maar half vol. De waterhoogte is dan de helft van wat het oorspronkelijk was. De tijd die hiervoor nodig is, noemen we de *leeglooptijd eerste helft*. De tijd die vervolgens nodig is om het bad verder leeg te laten lopen, noemen we de *leeglooptijd tweede helft*. Die tweede helft kost natuurlijk meer tijd, het gaat immers steeds langzamer. De verhouding tussen deze leeglooptijden noemen we de *leegloopverhouding*. In een formule:

$$\text{leegloopverhouding} = \frac{\text{leeglooptijd tweede helft}}{\text{leeglooptijd eerste helft}}$$

- De leegloopverhouding blijkt voor alle rechthoekige baden hetzelfde te zijn.
- 6p **15** Bereken deze leegloopverhouding.