

De grootste taart

Omdat je winnaar van een wedstrijd bent, krijg je één voor één in willekeurige volgorde een aantal taarten van verschillende grootte te zien. Je weet van tevoren hoeveel taarten er getoond zullen worden, maar je hebt geen idee hoe groot de taarten zijn.

Direct na elke taart moet je zeggen of je deze wilt of niet, maar je mag maar één keer ja zeggen. Het gaat erom dat je de grootste van alle taarten probeert te kiezen.

De vraag is: wat is de beste strategie om de grootste taart te bemachtigen?

afbeelding



Vijf taarten

We bekijken een situatie waarin vijf taarten getoond worden. De kleinste taart noemen we 1, de op één na kleinste 2, daarna volgen de taarten 3 en 4 en de grootste taart is taart 5. In het voorbeeld op de afbeelding worden de taarten in de volgorde 4, 2, 3, 5, 1 getoond. De taarten worden echter, zoals al gezegd, in willekeurige volgorde gepresenteerd.

- 3p **6** Bereken de kans dat de taarten in de volgorde 1, 2, 3, 4, 5 te zien zijn.

We bekijken enkele strategieën om te proberen de grootste taart te bemachtigen. Daartoe nemen we de wat eenvoudiger situatie waarbij in totaal maar vier taarten getoond worden. De kleinste taart is ook nu taart 1, daarna volgen de taarten 2 en 3 en taart 4 is in dit geval de grootste taart.

Strategie van Richard bij vier taarten

Richard denkt dat het een willekeurige gok is en hij besluit om ja te zeggen tegen de tweede taart die hij te zien krijgt.

- 3p **7** Hoe groot is de kans dat Richard de grootste taart bemachtigt? Licht je antwoord toe.

Strategie van Remco bij vier taarten

Remco besluit om de eerste taart die hij te zien krijgt nooit te nemen, maar de eerstvolgende taart die groter is dan die eerste. Hij kiest uiteindelijk wel altijd een taart. Zijn alle volgende taarten kleiner dan de eerste taart, dan kiest hij dus noodzakelijkerwijs de laatste taart.

Remco schrijft alle mogelijke volgordes op.

In de tabel wordt steeds de gekozen taart omcirkeld.

tabel

1②3 4	1②4 3	1③2 4	1③4 2	1④2 3	1④3 2
2 1③4	2 1④3	2③1 4	2③4 1	2④1 3	2④3 1
3 1 2④	3 1④2	3 2 1④	3 2④1	3④1 2	3④2 1
4 1 2③	4 1 3②	4 2 1③	4 2 3①	4 3 1②	4 3 2①

- 3p **8** Toon met behulp van de tabel aan dat de kans dat hij de grootste taart bemachtigt ongeveer gelijk is aan 0,4583.

Strategie van Marlies bij vier taarten

Marlies besluit om de eerste twee taarten die ze te zien krijgt nooit te nemen; ze neemt de eerstvolgende taart die groter is dan zowel de eerste als de tweede taart. Zijn alle volgende taarten kleiner dan de eerste twee taarten, dan kiest ze de laatste taart.

- 5p **9** Onderzoek of Marlies met deze strategie een grotere kans heeft dan Remco op het bemachtigen van de grootste taart. Je kunt hierbij gebruikmaken van de tabel op de uitwerkbijlage.

Vijf taarten

Bij vijf taarten blijkt de strategie van Marlies de gunstigste te zijn. De kans dat je met deze strategie de grootste kiest, is gelijk aan $\frac{52}{120}$.

Een klas van 26 leerlingen doet een experiment: alle leerlingen gaan proberen om met de strategie van Marlies uit vijf taarten de grootste te kiezen.

- 4p **10** Bereken de kans dat minstens 10 leerlingen de grootste taart kiezen.

uitwerkbijlage

9

1 2 3 4	1 2 4 3	1 3 2 4	1 3 4 2	1 4 2 3	1 4 3 2
2 1 3 4	2 1 4 3	2 3 1 4	2 3 4 1	2 4 1 3	2 4 3 1
3 1 2 4	3 1 4 2	3 2 1 4	3 2 4 1	3 4 1 2	3 4 2 1
4 1 2 3	4 1 3 2	4 2 1 3	4 2 3 1	4 3 1 2	4 3 2 1