Correctievoorschrift HAVO

2012

tijdvak 1

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Vliegende parkieten

1	**maximumscore 4**	
	• Invullen van $v = 12$ geeft $D \approx 0,0807$	1
	• Invullen van $v = 15$ geeft $D \approx 0,1062$	1
	• De procentuele toename is $\frac{0,1062 - 0,0807}{0,0807} \cdot 100\%$	1
	• Dit is 32 (%) (of nauwkeuriger)	1
	of	
	• Beschrijven hoe $\frac{D(15)}{D(12)}$ berekend kan worden	2
	• $\frac{D(15)}{D(12)} \approx 1,32$	1
	• Dus D neemt toe met 32 (%) (of nauwkeuriger)	1

2 maximumscore 4

- Opgelost moet worden $\frac{6,0}{v^2} + 0,00050v^2 - 0,033 = 0,10$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De oplossingen zijn $v \approx 7,59$ en $v \approx 14,44$ — 1
- Het antwoord: bij snelheden vanaf 7,6 (m/s) tot en met 14,4 (m/s) — 1

Opmerking
In het antwoord formuleringen als 'Bij snelheden van 7,6 (m/s) tot 14,4 (m/s)' of '$7,6 \leq v \leq 14,4$' ook goed rekenen.

3 maximumscore 7

- De formule voor D herschrijven tot $D = 6,0 \cdot v^{-2} + 0,00050v^2 - 0,033$ — 1
- $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}v} = -12,0 \cdot v^{-3} + 0,00100v$ — 1
- $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}v} = 0$ geeft $-12,0 + 0,00100v^4 = 0$ (of $0,00100v = \frac{12,0}{v^3}$) — 2
- Hieruit volgt $v^4 = 12\,000$ — 1
- Dus $v = \sqrt[4]{12\,000}$ — 1
- De kruissnelheid van parkieten is 10,5 (m/s) — 1

Wortelfunctie

4 maximumscore 5

- (De lijn en de grafiek snijden elkaar niet als) de vergelijking $2x - 5 = \sqrt{4x - 12}$ (geen oplossingen heeft) — 1
- Kwadrateren geeft $4x^2 - 20x + 25 = 4x - 12$ — 1
- Herleiden geeft $4x^2 - 24x + 37 = 0$ — 1
- De discriminant van deze vergelijking is $D = (-24)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 37 = -16$ — 1
- Omdat $D < 0$ heeft de vergelijking geen oplossingen (en dus snijden de lijn en de grafiek van f elkaar niet) — 1

5 maximumscore 7

- $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt{4x-12}}$ (of een vergelijkbare vorm) 2
- Er moet gelden $\dfrac{2}{\sqrt{4x-12}} = 2$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarde van x gevonden kan worden 1
- De gezochte waarde van x is $3\frac{1}{4}$ (of 3,25) 1
- Beschrijven hoe met behulp van het voorgaande een vergelijking van de lijn gevonden kan worden 1
- De gevraagde vergelijking is $y = 2x - 5\frac{1}{2}$ (of $y = 2x - 5{,}5$) 1

6 maximumscore 3

- $\sqrt{4x-12}$ is te herschrijven tot $\sqrt{4(x-3)}$ dus de transformaties kunnen zijn: de vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met $\frac{1}{4}$ en de translatie $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ 2
- De volgorde waarin deze transformaties moeten worden toegepast, is: eerst de vermenigvuldiging en daarna de translatie 1

of

- De transformaties kunnen zijn: de translatie $\begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix}$ en de vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met $\frac{1}{4}$ 2
- De volgorde waarin deze transformaties moeten worden toegepast, is: eerst de translatie en daarna de vermenigvuldiging 1

of

- $\sqrt{4x-12}$ is te herschrijven tot $2\sqrt{x-3}$ dus de transformaties kunnen zijn: de translatie $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ en de vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as met 2 2
- De volgorde waarin deze transformaties kunnen worden toegepast, is: eerst de translatie en daarna de vermenigvuldiging (of: eerst de vermenigvuldiging en daarna de translatie) 1

Een punt binnen een cirkel

7 maximumscore 3

- (Uit de vergelijking van de cirkel volgt:) de straal van c is 5 en het middelpunt van c is $M(4, 5)$ — 1
- $MP = \sqrt{(4-3)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{5}$ — 1
- De gevraagde afstand is $5 - \sqrt{5}$ — 1

8 maximumscore 6

- Voor punt A geldt: ($(x-4)^2 + (0-5)^2 = 25$ dus) $x = 4$ (en dus $A(4, 0)$) — 1
- Voor de punten B en C geldt: $(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$ ofwel $(y-5)^2 = 9$ — 1
- Hieruit volgt $y = 2$ of $y = 8$ (dus $B(0, 2)$ en $C(0, 8)$) — 1
- Dus de richtingscoëfficiënt van k is $\frac{1}{3}$ en die van l is –2 — 1
- Hieruit volgt: de hoek die k maakt met de x-as is 18,4° en de hoek die l maakt met de x-as is –63,4° — 1
- De gevraagde hoek is dus $(18{,}4° - -63{,}4° \approx)$ 82° — 1

Schaatshouding

9 maximumscore 3

- $\dfrac{69}{\sin 100^\circ} = \dfrac{48}{\sin \angle HEK}$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit $\angle HEK$ opgelost kan worden — 1
- De gevraagde waarde van $\angle HEK$ is 43° — 1

Opmerking
Als een kandidaat als gevolg van het tussentijds afronden van $\sin \angle HEK$ *op 0,69 als antwoord 44° heeft gevonden, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

10 maximumscore 4

- Het inzicht dat de cosinusregel gebruikt kan worden — 1
- $88^2 = 48^2 + 42^2 - 2 \cdot 48 \cdot 42 \cdot \cos\alpha$ — 1
- Hieruit volgt $\cos\alpha = -\dfrac{3676}{4032}$ (of: $\cos\alpha \approx -0,91$ (of nauwkeuriger)) — 1
- De gevraagde waarde van α is 156° — 1

11 maximumscore 4

- $\alpha = 100^\circ$ geeft $HE \approx 65$ (cm) (of nauwkeuriger) — 1
- $\alpha = 180^\circ$ geeft $HE = 85$ (cm) — 1
- De gemiddelde snelheid is $\dfrac{85-65}{0,70}$ (cm per seconde) (of nauwkeuriger) — 1
- Het antwoord 29 (of 28) (cm per seconde) — 1

Sinusoïde

12 maximumscore 4

- $2-4\sin(2x)=0$ geeft $\sin(2x)=\frac{1}{2}$ 1
- Dit geeft met x op het interval $[-\frac{1}{2}\pi,\pi]$ en dus $2x$ op het interval $[-\pi,2\pi]$: $2x=\frac{1}{6}\pi$ of $2x=\frac{5}{6}\pi$ 2
- De gevraagde coördinaten zijn $\frac{1}{12}\pi$ en $\frac{5}{12}\pi$ 1

13 maximumscore 6

- $f(0)=2$ (dus $C(0,2)$) 1
- (Een redenering waaruit volgt dat) $x_D=\frac{3}{4}\pi$ 1
- $f(\frac{3}{4}\pi)=6$ (dus $D(\frac{3}{4}\pi,6)$) 1
- Dit geeft $x_D-x_C=\frac{3}{4}\pi$ en $y_D-y_C=4$ 1
- $y_C-y_E=2$ 1
- Hieruit volgt $x_E=-\frac{3}{8}\pi$ 1

of

- $f(0)=2$ (dus $C(0,2)$) 1
- (Een redenering waaruit volgt dat) $x_D=\frac{3}{4}\pi$ 1
- $f(\frac{3}{4}\pi)=6$ (dus $D(\frac{3}{4}\pi,6)$) 1
- Dit geeft $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{4}{\frac{3}{4}\pi}$ $(=\frac{16}{3\pi})$ 1
- Een vergelijking van lijn l is dus $y=\frac{16}{3\pi}x+2$ 1
- Uit $y=0$ volgt $x_E=-\frac{3}{8}\pi$ 1

CO_2

14 maximumscore 3

- Uit de figuur blijkt dat de CO_2-concentratie in 1880 290 (ppm) en in 1900 294 (ppm) was (dus de CO_2-concentratie nam in deze 20 jaar met 4 (ppm) toe) 1
- Arrhenius voorspelde daarom (voor de 100 jaar) tussen 1900 en 2000 een toename van $(5 \cdot 4 =)20$ (ppm) 1
- De werkelijke toename tussen 1900 en 2000 was $(370 - 294 =)76$ (ppm) dus de door Arrhenius voorspelde toename was $(76 - 20 =)56$ (ppm) te klein 1

of

- Het lijnstuk tussen 1880 en 1900 is doorgetrokken tot het jaar 2000 1
- De CO_2-concentratie in 2000 volgens Arrhenius is afgelezen: 314 (ppm) 1
- In werkelijkheid nam de CO_2-concentratie tot 370 toe, dus de door Arrhenius voorspelde toename was $(370 - 314 =)56$ (ppm) te klein 1

Opmerking
In de met behulp van het doorgetrokken lijnstuk afgelezen waarde van de CO_2-concentratie is een marge van 2 ppm toegestaan.

15 maximumscore 4

- In 2000 was de menselijke component 85 (ppm) 1
- De groeifactor per 70 jaar is $\frac{85}{15} (\approx 5{,}67)$ 1
- Dus de groeifactor per 10 jaar is $\left(\frac{85}{15}\right)^{\frac{1}{7}}$ 1
- $\left(\frac{85}{15}\right)^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}28$ dus de procentuele toename per 10 jaar is 28 (%) 1

16 maximumscore 4

- De vergelijking die moet worden opgelost is $15 \cdot 1{,}025^t = 285$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $t \approx 119$ 1
- ($t = 0$ komt overeen met 1 juli 1930, dus) $t \approx 119$ valt in het jaar 2049 1

Rakende cirkels

17 maximumscore 4

- Kies punt S op de y-as zo, dat driehoek MSN rechthoekig is — 1
- Dan geldt: $MS = r - s$ en $MN = r + s$ — 1
- $MS^2 + NS^2 = MN^2$ geeft $NS^2 = (r+s)^2 - (r-s)^2$ — 1
- Omdat $OQ = NS$ volgt $OQ = \sqrt{(r+s)^2 - (r-s)^2}$ — 1

18 maximumscore 3

- $OQ = \sqrt{r^2 + 2rs + s^2 - (r^2 - 2rs + s^2)}$ — 1
- Dit geeft $OQ = \sqrt{4rs}$ — 1
- Hieruit volgt $OQ = 2\sqrt{rs}$, dus $a = 2$ — 1

of

- Kies bijvoorbeeld $r = 2$ en $s = 1$, dan: $OQ = \sqrt{(2+1)^2 - (2-1)^2} = \sqrt{8}$ — 1
- $OQ = a\sqrt{rs}$, dus $\sqrt{8} = a\sqrt{2}$ — 1
- Hieruit volgt $a = 2$ — 1

19 maximumscore 4

- $OQ = \sqrt{16} = 4$ (of $OQ = 2\sqrt{4 \cdot 1} = 4$) — 1
- Dus $M(0, 4)$ en $N(4, 1)$ — 1
- Hieruit volgt: de richtingscoëfficiënt van MN is $-\frac{3}{4}$ — 1
- Dus de richtingscoëfficiënt van l is $\frac{4}{3}$ — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 4 juni naar Cito.