

Zuivere dobbelsteen?

Op de foto zie je twee ronde dobbelstenen. Op deze dobbelstenen staan aantallen ogen van 1 tot en met 6, net als op gewone dobbelstenen. Een ronde dobbelsteen is hol met binnenin een stalen kogeltje. Bij elk getal zit in de holle binnenkant een soort kuiltje waar het kogeltje in past. Aan het einde van een worp komt het kogeltje in zo'n kuiltje terecht. Hierdoor blijft de dobbelsteen liggen, bijvoorbeeld met de vier onder en de drie boven: er is dan drie gegooid.

foto



Iemand vraagt zich af of een ronde dobbelsteen wel zuiver is, dat wil zeggen of voor elk aantal ogen de kans om dat aantal te gooien precies gelijk is aan $\frac{1}{6}$. Om dit te onderzoeken gooit hij 200 keer met een ronde dobbelsteen. De resultaten staan in tabel 1.

tabel 1

aantal ogen	1	2	3	4	5	6	totaal
aantal keren gegooid	43	31	25	26	35	40	200

Er is slechts 25 keer drie gegooid. Dit is minder dan het aantal keren drie dat verwacht mag worden als de kans op drie precies $\frac{1}{6}$ is.

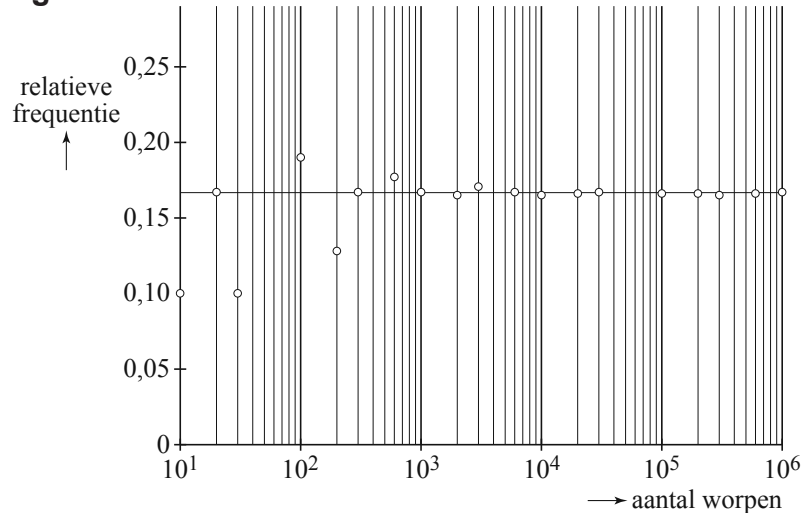
3p **13** Bereken hoeveel procent minder dit is.

Er is 25 keer drie gegooid. Als we aannemen dat de ronde dobbelsteen zuiver is, dus dat de kans op drie precies $\frac{1}{6}$ is, kunnen we berekenen hoe uitzonderlijk dit resultaat is.

3p **14** Bereken de kans om bij 200 worpen met een zuivere dobbelsteen 25 of minder keer drie te gooien.

Om te onderzoeken of een dobbelsteen zuiver is of niet, is het beter om meer dan 200 keer te gooien. Dit wordt geïllustreerd door figuur 1. In figuur 1 is het resultaat te zien van een aantal simulaties van het gooien met een zuivere dobbelsteen. Er werd hierbij alleen gekeken naar het aantal drieën.

figuur 1



Elk cirkeltje stelt het resultaat van een simulatie voor. Langs de horizontale as is het aantal worpen bij een simulatie uitgezet op een logaritmische schaalverdeling. Langs de verticale as staat de relatieve frequentie van het aantal drieën dat hierbij gegooid is. In figuur 1 is bijvoorbeeld te zien dat bij de simulatie van 10 worpen de relatieve frequentie 0,1 is: er is precies één keer een drie gegooid.

Figuur 1 staat ook op de uitwerkbijlage. Bij een simulatie van 60 worpen is 4 keer een drie gegooid.

- 3p **15** Teken het punt dat bij deze simulatie hoort in de figuur op de uitwerkbijlage.
Licht je werkwijze toe.

In figuur 1 is de verwachte relatieve frequentie aangegeven met een horizontale lijn op een hoogte van ongeveer 0,167. Dit komt overeen met kans $\frac{1}{6}$. Het punt dat hoort bij de simulatie van 200 worpen ligt dicht bij deze horizontale lijn dan het punt dat hoort bij de simulatie van 30 worpen. Bij de simulatie van 200 worpen is het verschil tussen de verwachte en de werkelijke relatieve frequentie dus kleiner.

We kunnen ook kijken naar de verschillen bij het **aantal** geworpen drieën. Uit figuur 1 volgt dat er bij een simulatie van 30 worpen 3 keer een drie gegooid is. Het verschil met het verwachte aantal geworpen drieën is 2. Rik beweert dat het verschil tussen het werkelijke en het verwachte aantal geworpen drieën bij de simulatie van 200 worpen kleiner dan 2 is.

- 4p **16** Onderzoek of Rik gelijk heeft.