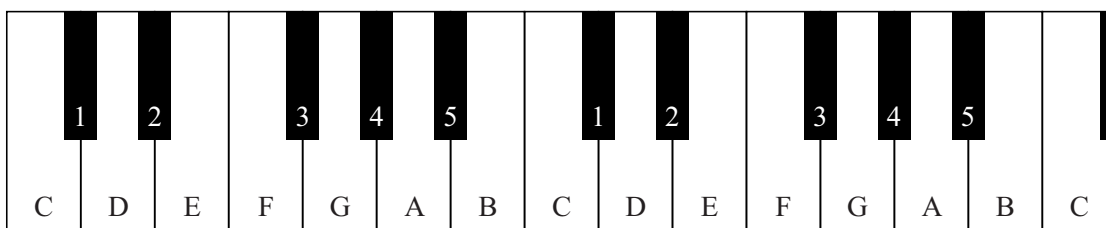


## De piano

figuur 1



In figuur 1 staat een gedeelte van het toetsenbord van een piano afgebeeld. De witte en de zwarte toetsen stellen allemaal verschillende tonen voor. Op de witte toetsen staat ook de naam van de bijbehorende toon. Voor tonen die bij de zwarte toetsen horen, bestaan meerdere namen. In figuur 1 zijn ze daarom genummerd.

Als je een toets aanslaat op de piano, dan zorgt dat ervoor dat er een snaar gaat trillen. De snelheid van die trilling bepaalt de toon die je hoort. De snelheid waarmee een snaar trilt, noemen we de **frequentie**. De frequentie is het aantal trillingen per seconde en heeft Hertz (Hz) als eenheid.

Bijvoorbeeld: de linker toon F in figuur 1 heeft een frequentie van 352 Hz. Dat betekent dus dat de snaar die deze toon F voortbrengt 352 keer per seconde trilt.

Bij de linker toon A in figuur 1 hoort een frequentie van 440 Hz.

- 3p 1 Bereken hoeveel seconden één trilling die bij deze toon A hoort, duurt. Geef je antwoord in vier decimalen.

Als de frequentie van een toon twee keer zo groot is als die van een andere toon, dan vormen deze twee tonen samen een octaaf. Dus: de toon A met een frequentie van 440 Hz en een toon met een frequentie van 880 Hz vormen samen een octaaf van A. Deze tonen krijgen dezelfde naam, dus ook de toon met een frequentie van 880 Hz noemen we A: dat is de rechter A in figuur 1.

Op de meeste moderne piano's is de laagste toon een A met een frequentie van 27,5 Hz. De hoogste A heeft een frequentie van 3520 Hz.

- 4p 2 Bereken hoeveel octaven van A zo'n piano omvat.

Twee opeenvolgende C's in figuur 1 vormen samen een octaaf van C. Voor twee opeenvolgende C's geldt dat de frequentie van de rechter C twee keer zo groot is als die van de linker C, oftewel: de verhouding van hun frequenties is 2:1.

Bij het stemmen van een piano wordt ervoor gezorgd dat de verhouding van de frequenties van twee opeenvolgende tonen in een serie als C-1-D-2-E-F-3-G-4-A-5-B-C precies gelijk is. Zie figuur 1.

Zo geldt bijvoorbeeld:  $\frac{\text{frequentie toon F}}{\text{frequentie toon E}} = \frac{\text{frequentie toon E}}{\text{frequentie toon D}}$

Elk van deze verhoudingen is (ongeveer) 1,0595:1.

3p 3 Laat met een berekening zien dat deze verhouding juist is.

In de praktijk is het werken met deze frequentieverhoudingen niet zo handig. Daarom wordt meestal de zogenaamde **toonafstand (TA)** gebruikt. De eenheid van de toonafstand is **cent**.

Er geldt:  $TA = a \cdot \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$

In deze formule is  $\frac{f_2}{f_1}$  de frequentieverhouding van twee tonen.

De waarde van  $a$  in de formule is zó gekozen dat de toonafstand tussen twee opeenvolgende tonen precies gelijk is aan 100 cent.

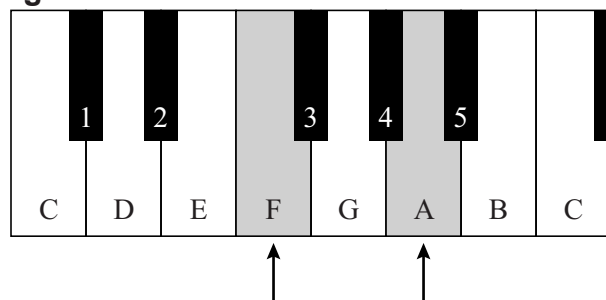
Als je uitgaat van het hierboven genoemde getal 1,0595 en daarmee  $a$  berekent, dan moet, afgerond op één decimaal, gelden:  $a = 3983,9$ .

3p 4 Bereken op deze wijze de waarde van  $a$  in drie decimalen.

De toonafstand tussen twee tonen waar één toon tussen zit, is bij een gestemde piano 200 cent. Zitten er twee tonen tussen, dan is de toonafstand 300 cent, enzovoort.

Als je op een piano meer toetsen tegelijk aanslaat, krijg je een samengestelde klank. Zo kun je een F en de rechts ervan gelegen A tegelijk aanslaan: zie figuur 2. De frequentieverhouding van de tonen in deze samengestelde klank is volgens de

figuur 2



muziektheorie gelijk aan 5:4. Met deze verhouding kun je een toonafstand berekenen volgens de muziektheorie. Je kunt de toonafstand ook berekenen door uit te gaan van het idee dat bij een gestemde piano tussen elke twee opeenvolgende tonen 100 cent zit.

Op een gestemde piano wijkt de toonafstand (TA) van de bovenvermelde (uit F en A) samengestelde klank iets af van de toonafstand die volgens de muziektheorie moet gelden.

4p 5 Bereken hoeveel cent deze afwijking bedraagt. Geef je antwoord als een geheel getal.