

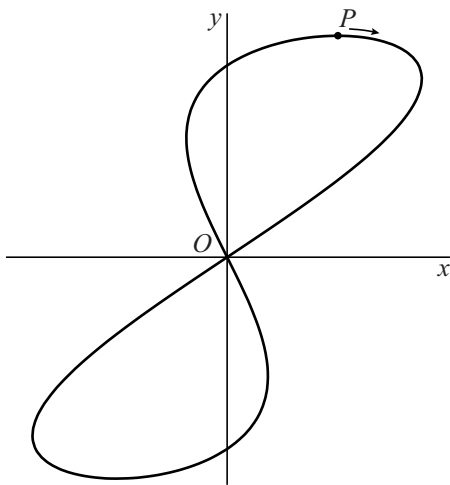
Een achtbaan

De baan van een punt P wordt gegeven door de volgende bewegingsvergelijkingen:

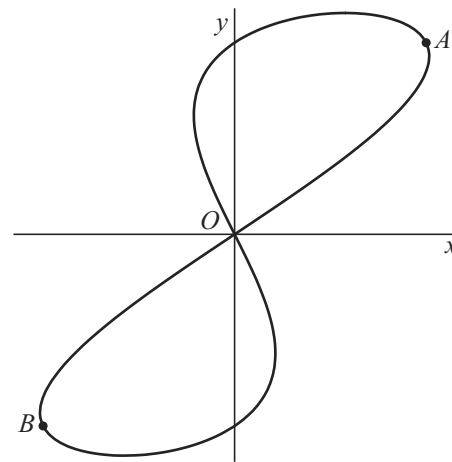
$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \sin(2t) \\ y(t) = 2\cos(t) \end{cases} \quad \text{met } t \text{ in seconden en } x \text{ en } y \text{ in meter.}$$

Als t loopt van 0 tot 2π , doorloopt P de baan precies één keer. In figuur 1 is deze baan weergegeven. Ook is te zien waar P zich bevindt op $t = 0$ en in welke richting P zich dan beweegt.

figuur 1



figuur 2



- 5p 6 Bereken met behulp van differentiëren de maximale snelheid van het punt P in meter per seconde. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ zijn er vier tijdstippen waarop de x -coördinaat en de y -coördinaat van P aan elkaar gelijk zijn. Op deze tijdstippen bevindt P zich achtereenvolgens in de punten A , O , B en O . Zie figuur 2.

- 5p 7 Bereken exact hoeveel seconden de beweging van A naar B duurt.

Een punt Q maakt dezelfde beweging als P , maar Q loopt π seconden vóór op P .

De bewegingsvergelijkingen van Q zijn dan:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t + \pi) + \sin(2(t + \pi)) \\ y(t) = 2\cos(t + \pi) \end{cases}$$

Als $t = \frac{1}{2}\pi$ en als $t = \frac{3}{2}\pi$, vallen P en Q samen. Op alle andere tijdstippen is er sprake van een lijnstuk PQ .

- 4p 8 Bewijs dat de helling van lijnstuk PQ onafhankelijk van t is.