Een derde cirkel

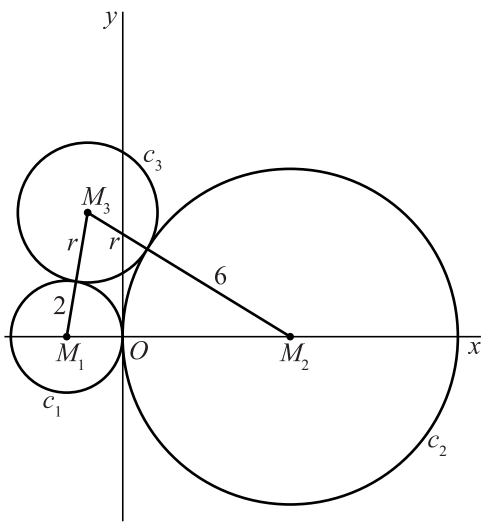
Gegeven zijn de cirkels c_1 en c_2. Cirkel c_1 heeft middelpunt $M_1(-2,0)$ en straal 2. Cirkel c_2 heeft middelpunt $M_2(6,0)$ en straal 6.

Voor elke positieve waarde van r is er één cirkel c_3 met middelpunt M_3 en straal r zó dat geldt:

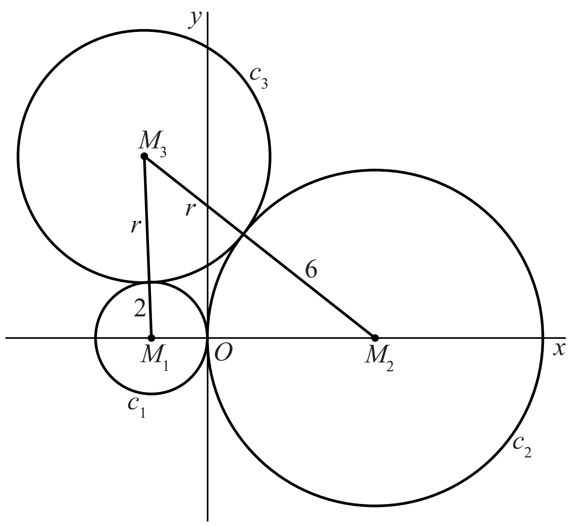
- M_3 ligt boven de x-as;
- c_3 raakt aan cirkel c_1 én aan cirkel c_2.

In figuur 1 is de situatie getekend voor $r = 2\frac{1}{2}$ en in figuur 2 voor $r = 4\frac{1}{2}$. Verder is in beide figuren driehoek $M_1M_2M_3$ getekend.

figuur 1 $r = 2\frac{1}{2}$



figuur 2 $r = 4\frac{1}{2}$



De grootte van $\angle M_1M_2M_3$ is afhankelijk van r: voor elke waarde van r geldt:

$$\cos(\angle M_1M_2M_3) = \frac{r+12}{2r+12}$$

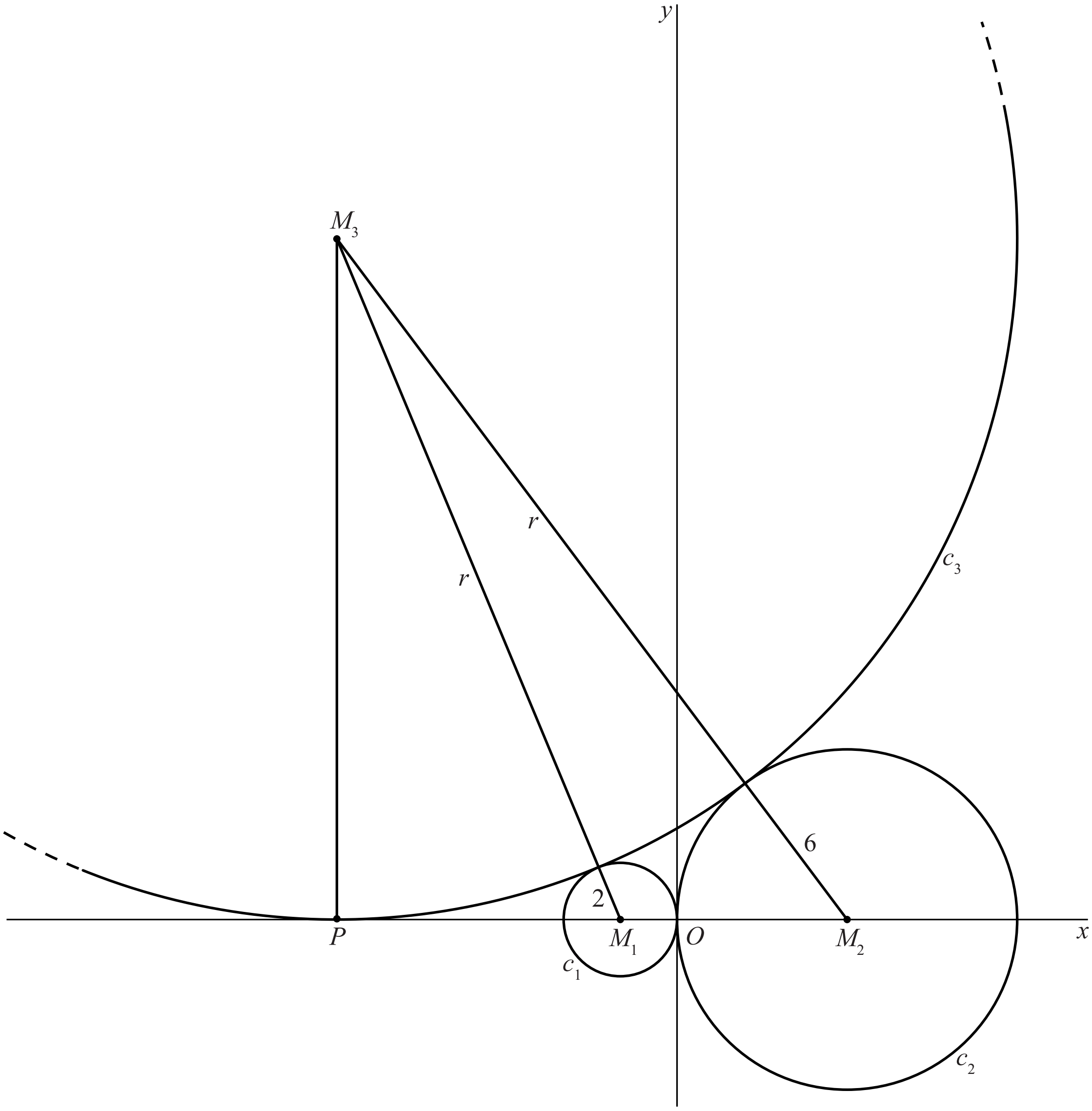
4p **3** Bewijs de juistheid van deze formule.

Als r onbegrensd toeneemt, nadert de grootte van $\angle M_1M_2M_3$ tot een limiet.

3p **4** Bereken exact deze limiet in graden.

Er is één waarde van r waarvoor c_3 niet alleen raakt aan c_1 en c_2, maar ook aan de x-as. In figuur 3 is deze situatie weergegeven, waarbij cirkel c_3 voor een deel is getekend.
Cirkel c_3 raakt de x-as in punt P.

figuur 3



6p **5** Bereken exact de waarde van r in deze situatie.