

De hoeveelheid water die door een rivier wordt afgevoerd, varieert van moment tot moment. De hoeveelheid water die de rivier maximaal kan afvoeren, noemen we de **capaciteit** van de rivier. Als de capaciteit te laag is, kan de rivier overstromen. Om te kunnen inschatten hoe vaak een overstroming plaatsvindt, gebruiken we het volgende model:

$$C = a - b \cdot \ln\left(\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right) \quad \text{met } T > 1 \quad (\text{formule 1})$$

Hierin is C de capaciteit in m^3/s en T de zogeheten **herhalingstijd**.

De herhalingstijd is de periode in jaren waarin de waarde van C gemiddeld één keer wordt overschreden. Als bijvoorbeeld $T = 40$, dan zal de rivier gemiddeld één keer in de 40 jaar overstromen.

De waarden van a en b worden berekend met behulp van gegevens uit het verleden. Er geldt altijd: $a > 0$ en $b > 0$.

Voor de Rijn geldt: $a = 5734$ en $b = 1648$. De capaciteit is $12000 \text{ m}^3/\text{s}$.

- 5p **6** Bereken algebraïsch de herhalingstijd in jaren. Geef je eindantwoord als geheel getal.

Uit formule 1 is af te leiden dat voor de afgeleide van C geldt:

$$\frac{dC}{dT} = \frac{b}{T \cdot (T-1) \cdot \ln\left(\frac{T}{T-1}\right)} \quad \text{met } T > 1 \quad (\text{formule 2})$$

- 5p **7** Bewijs dit.

Voor elke rivier geldt natuurlijk: hoe groter de herhalingstijd, des te groter is de capaciteit. De grafiek van C zou dus voor elke waarde van a en b (met $a > 0$ en $b > 0$) stijgend moeten zijn.

- 5p **8** Bewijs met behulp van formule 2 dat de grafiek van C inderdaad stijgend is voor elke waarde van a en b (met $a > 0$ en $b > 0$).

Voor de Maas geldt:

- Bij een capaciteit van $1700 \text{ m}^3/\text{s}$ is de herhalingstijd gelijk aan 4 jaar.
- Bij een capaciteit van $2100 \text{ m}^3/\text{s}$ is de herhalingstijd gelijk aan 10 jaar.

Voor toekomstig beleid wil het ministerie van Infrastructuur en Waterstaat voor de Maas weten welke capaciteit hoort bij een herhalingstijd van 100 jaar.

- 4p **9** Bereken deze waarde van C in m^3/s met behulp van formule 1. Geef je eindantwoord als geheel getal.