

Lijn door de toppen

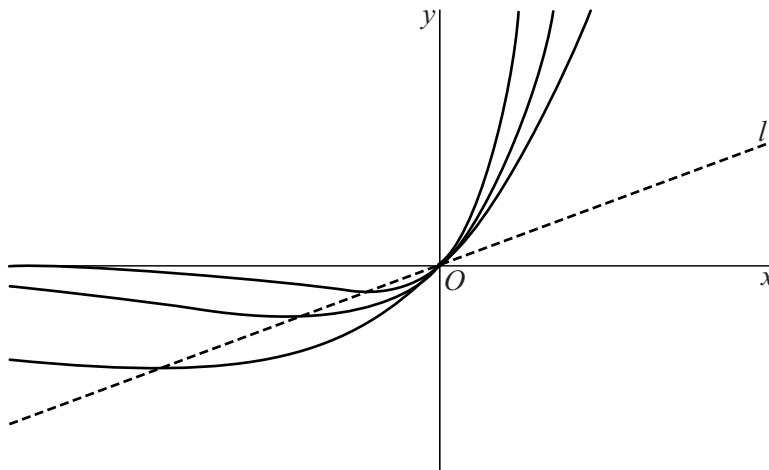
Voor elke waarde van a met $a > 0$ wordt de functie f_a gegeven door $f_a(x) = xe^{ax}$.

De afgeleide functie f'_a wordt gegeven door $f'_a(x) = e^{ax} + axe^{ax}$.

In figuur 1 zie je voor een aantal waarden van a de grafiek van f_a .

Ook is de lijn l met vergelijking $y = \frac{1}{e}x$ weergegeven.

figuur 1



Voor elke waarde van a met $a > 0$ heeft de grafiek van f_a precies één top.

4p **3** Bewijs dat deze top op lijn l ligt.

De functie F_a is gegeven door:

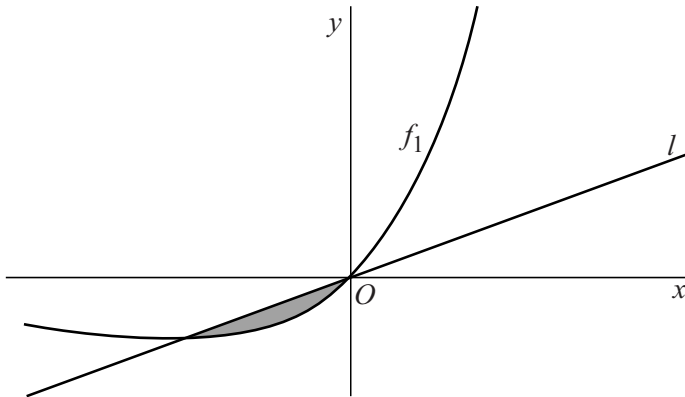
$$F_a(x) = \frac{1}{a} x e^{ax} - \frac{1}{a^2} e^{ax}$$

F_a is een primitieve van f_a .

3p 4 Bewijs dat F_a inderdaad een primitieve van f_a is.

Voor f_1 geldt $f_1(x) = x e^x$. In figuur 2 is de grafiek van f_1 getekend, en ook lijn l . Het vlakdeel tussen lijn l en de grafiek van f_1 is grijs gemaakt.

figuur 2



5p 5 Bereken exact de oppervlakte van het grijze vlakdeel.