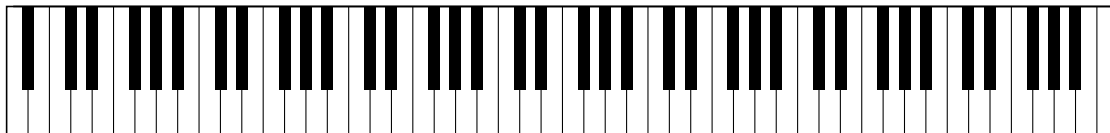


Piano

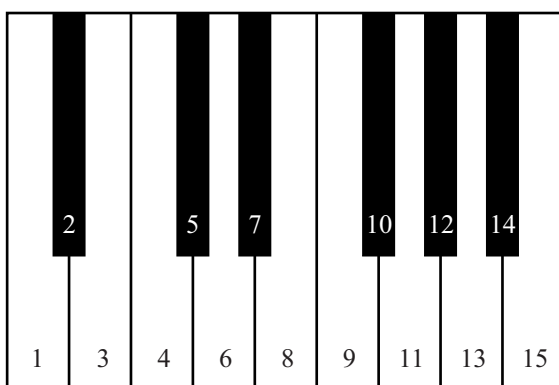
In figuur 1 zijn de witte en zwarte toetsen van een gewone piano getekend. In totaal heeft deze piano 88 toetsen.

figuur 1



De toetsen worden genummerd van links naar rechts. Zie figuur 2, waarin de eerste vijftien toetsen met de bijbehorende volgnummers zijn getekend.

figuur 2 toetsen met volgnummers



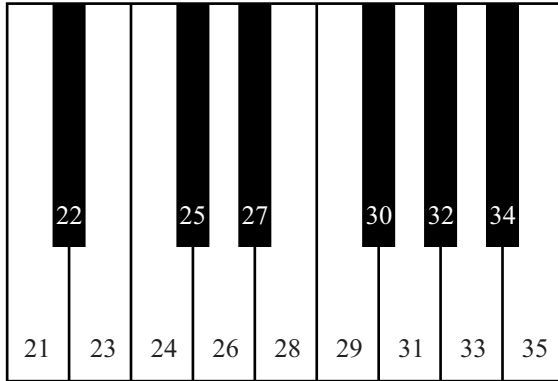
De tonen die met de toetsen van de piano voortgebracht worden, hebben verschillende frequenties. Hoe verder een toets naar rechts zit, hoe groter de frequentie van de bijbehorende toon. Bij de toets met volgnummer 1 hoort een toon met een frequentie van 27,5 Hz (hertz). Bij de toets met volgnummer 49 hoort een toon met een frequentie van 440 Hz.

Het verband tussen het volgnummer van een toets en de frequentie van de bijbehorende toon is exponentieel. Dus: wanneer je achtereenvolgens de toetsen van links naar rechts bespeelt, neemt de frequentie van de opeenvolgende tonen telkens met hetzelfde percentage toe.

- 4p 1 Bereken algebraïsch dit percentage in twee decimalen nauwkeurig.

In de twintigste eeuw is de digitale piano ontwikkeld. Dit instrument, dat ook 88 toetsen heeft, bootst een gewone piano na. Bij digitale piano's wordt een andere nummering voor de toetsen gebruikt: elke toets van de digitale piano heeft een zogeheten **MIDI-nummer**. Zie figuur 3, waarin de eerste vijftien toetsen met de bijbehorende MIDI-nummers zijn getekend.

figuur 3 toetsen met MIDI-nummers



De frequentie van de toon die bij een bepaalde toets hoort, kan worden berekend met de volgende formule:

$$f = 440 \cdot 2^{\frac{1}{12}(m-69)}$$

Hierin is f de frequentie van de toon in Hz en m het MIDI-nummer van de bijbehorende toets.

Algemeen wordt gesteld dat het menselijk gehoor in staat is om tonen met een frequentie tussen 20 Hz en 20 000 Hz waar te nemen. Iemand wil daarom de digitale piano uitbreiden met een aantal toetsen met MIDI-nummers zodat zoveel mogelijk tonen met frequenties tussen 20 Hz en 20 000 Hz voorkomen.

- 5p 2 Bereken met bovenstaande formule hoeveel toetsen zo'n piano dan zal hebben.