Eindexamen wiskunde B vwo 1992-I

Opgave 1

Van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ is gegeven de functie $f : x \rightarrow \dfrac{1}{x\mathrm{e}^x}$

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is K de grafiek van f.

10p **1** □ Onderzoek f en teken K.

6p **2** □ Stel een vergelijking op van de lijn l die door O gaat en K raakt.

Op K ligt een punt P met x-coördinaat a.
Bij een vermenigvuldiging ten opzichte van O met factor -2 is Q het beeld van P.

7p **3** □ Bereken a in het geval dat Q op K ligt.

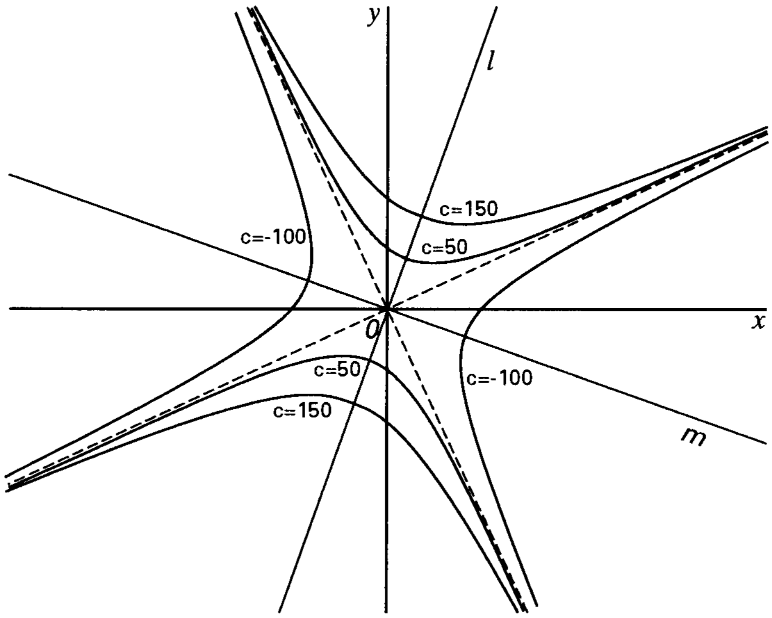
Opgave 2

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is voor elke $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ gegeven de kromme K_c met vergelijking: $2x^2 - 3xy - 2y^2 + c = 0$

Ook is gegeven de differentiaalvergelijking $D : \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4x - 3y}{3x + 4y}$

5p **4** □ Bewijs dat elke K_c een oplossingskromme is van D.

figuur 1



In figuur 1 is K_c voor enkele waarden van c getekend.

6p **5** □ Bereken de coördinaten van de punten van K_{50} waarin de raaklijn aan K_{50} evenwijdig is aan de x-as.

De lijnen l en m door O, die in figuur 1 getekend zijn, hebben de bijzonderheid dat elke K_c òf door l, òf door m loodrecht gesneden wordt.

8p **6** □ Stel een vergelijking op van l en van m.

Opgave 3

Van $[0, \frac{1}{2}\pi]$ naar $\mathbb{R}$ zijn gegeven de functies

$$f : x \rightarrow \frac{1}{\cos x} \quad \text{en} \quad g_a : x \rightarrow a \sin x, \quad \text{waarbij } a \in \mathbb{R}.$$

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel Oxy is F de grafiek van f en G_a de grafiek van g_a.

Neem $a = 1$. Het vlakdeel ingesloten door F, G_1 en de lijnen $x = 0$ en $x = \frac{1}{4}\pi$ wordt om de x-as gewenteld.

8p **7** □ Bereken in één decimaal nauwkeurig de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat.

7p **8** □ Bereken voor welke a geldt dat F en G_a twee snijpunten hebben.

Voor elke a waarvoor F en G_a twee snijpunten hebben, is V_a het vlakdeel dat door F en G_a begrensd wordt.
Men wil zo'n vlakdeel V_a arceren door middel van lijnstukken die evenwijdig aan de y-as zijn. Daarbij moet het langste arceringslijnstuk dat bij die V_a mogelijk is, deel uitmaken van de lijn $x = \frac{1}{3}\pi$.

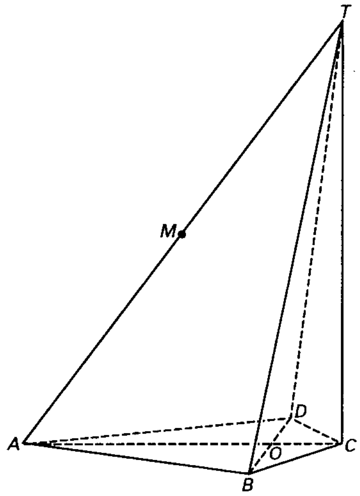
9p **9** □ Bereken a en de lengte van het langste arceringslijnstuk.

Eindexamen wiskunde B vwo 1992-I

Opgave 4

Van de piramide $T.ABCD$, die in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven:
AC en BD snijden elkaar loodrecht in O,
TC staat loodrecht op vlak $ABCD$,
$AO = 7$, $CO = 2$, $BO = DO = 1\frac{1}{2}$
en $CT = 12$.

figuur 2



4p **10** □ Toon aan dat de inhoud van $T.ABCD$ gelijk is aan 54.

V is een vlak evenwijdig aan $ABCD$ dat van $T.ABCD$ een piramide afsnijdt met inhoud 16.

6p **11** □ Bereken de afstand van V en $ABCD$.

Punt P ligt zo op ribbe AT, dat de vlakken BDP en $ABCD$ een hoek van 45° maken.

7p **12** □ Bereken de lengte van het lijnstuk AP.

Van een kegel K is gegeven:
Het midden M van AT is de top,
de as staat loodrecht op $ABCD$,
O ligt op de kegelmantel.
K snijdt ribbe AB in de punten Q en R.
Op de bijlage is in de tekening van $T.ABCD$ driehoek ACT op ware grootte getekend.

7p **13** □ Teken met behulp van de figuur van deze bijlage driehoek MQR op ware grootte. Licht je werkwijze toe.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4