

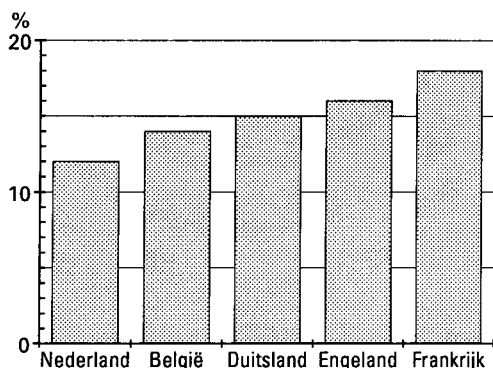
■ Opgave 1 Kernenergie

In Nederland maakt elektriciteit ongeveer 12% van de totale energieconsumptie uit. In veel landen is dat percentage hoger. Zie figuur 1.

Kernenergie speelt bij de energievoorziening uitsluitend een rol als middel om elektriciteit op te wekken.

figuur 1

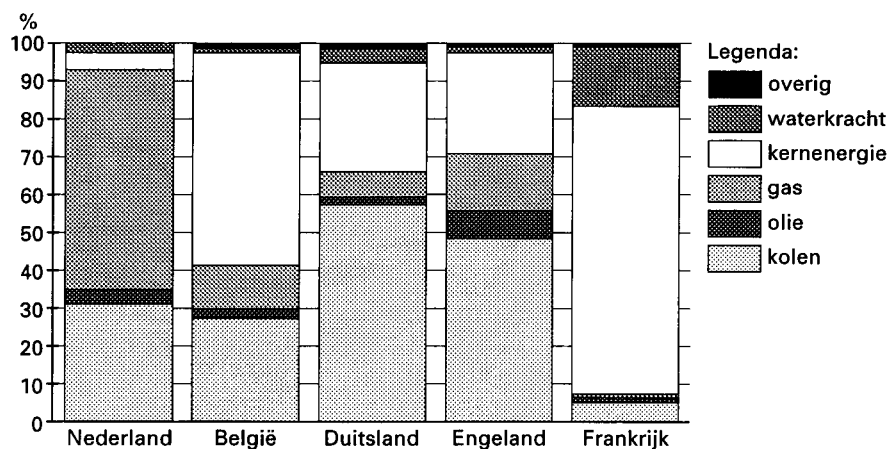
Aandeel elektriciteit van de totale energieconsumptie



Nederland gebruikt voor het opwekken van elektriciteit vooral gas en maar weinig kernenergie. Zie figuur 2.

figuur 2

Brandstof voor het opwekken van elektriciteit



- 5p 1 □ Voor welk(e) land(en) is meer dan 10 procent van *de totale energieconsumptie* afkomstig van kernenergie? Licht je antwoord toe.

In Nederland is men tamelijk terughoudend bij het toepassen van kernenergie. Dat heeft onder andere te maken met de rampzalige gevolgen die ongelukken met kerncentrales kunnen hebben.

Op 1 april 1986 vond in een kerncentrale in Tsjernobyl een ernstig ongeluk plaats. Radioactieve stoffen werden over heel Europa verspreid. Vooral de Oekraïne en Wit-Rusland hadden het zwaar te verduren.

Bij het keuren van voedsel letten de autoriteiten vooral op radioactief jodium-131. De radioactiviteit van jodium-131 halveert elke 8,04 dagen. De eenheid van radioactiviteit is Becquerel, afgekort Bq.

Op 15 mei 1986 werd in Wit-Rusland in melk een radioactiviteit van 500 000 Bq per liter gemeten. De radioactiviteit was geheel afkomstig van jodium-131. De melk werd niet vernietigd, maar verwerkt tot kaas. Voor 1 kg kaas is 10 liter melk nodig. Neem aan dat alle jodium-131 uit de melk ook in de kaas terecht kwam. De kaas werd voor consumptie vrijgegeven zodra de radioactiviteit gedaald was tot 3700 Bq/kg.

- 7p 2 Bereken hoeveel dagen na 15 mei 1986 de kaas werd vrijgegeven.

In een Engels tv-programma over Tsjernobyl werd gemeld: in de periode van 1 april 1986 tot 1 april 1990 overleden ten minste 700 mensen van de 45 000 mensen die op het moment van de ramp werkzaam waren in de omgeving van het reactorterrein. Een statisticus gaf als reactie: 'Als dit aantal van 700 waar is, dan is dit zeer hoog. In elke bevolkingsgroep van 600 000 gezonde mensen die deelnemen aan het arbeidsproces zouden er normaal gesproken in een periode van 4 jaar zo'n 7000 zijn overleden. Zelfs met een significantieniveau van 0,1% is het aantal van 700 hoog te noemen'.

- 8p 3 Onderzoek of de statisticus gelijk heeft.

■ Opgave 2 Zaadjes

Dieren blijken een formidabel geheugen te hebben wat betreft hun voedselvoorziening. Zo is er onderzoek gedaan naar de glanskopmees, een vogeltje dat zich voornamelijk voedt met zaadjes. Wanneer zo'n vogeltje ergens wat zaad ontdekt, gaat het de zaadjes stuk voor stuk verstoppen in de omgeving, om ze in de loop van de volgende uren of dagen rustig op te kunnen eten.

Om na te gaan hoe goed het geheugen van deze vogeltjes is, gebruikten onderzoekers een kooi met een aantal gladde takken. De onderzoekers hadden in die takken in totaal 24 gaten geboord, elk precies groot genoeg voor één zaadje. Voor elk gat was een lapje gehangen, dat opgetild moest worden om te zien of het gat een zaadje bevatte.

Een glanskopmees werd in de kooi gelaten met een bakje zaad. Het vogeltje verstopte in 10 gaten een zaadje.

- 3p 4 Op hoeveel verschillende manieren kan het vogeltje deze tien gaten kiezen?

Het vogeltje en het bakje werden daarna uit de kooi gehaald. Enige uren later werd het vogeltje weer in de kooi teruggezet, waarna het op zoek ging naar de zaadjes. De onderzoekers vroegen zich af hoeveel verschillende gaten het vogeltje zou inspecteren tot het vier van de tien zaadjes had gevonden.

- 3p 5 Welke getallen zijn mogelijk als antwoord op de vraag van de onderzoekers?

De eerste vier gaten die het vogeltje inspecteerde, bleken elk een zaadje te bevatten. Je kunt een indruk krijgen van de prestatie van het vogeltje door je voor te stellen dat het aselekt telkens een ander gat inspecteert, net zo lang tot het vier zaadjes heeft gevonden.

- 5p 6 Hoe groot is dan de kans dat de eerste vier gaten die het vogeltje inspecteerde, elk een zaadje bevatten? Licht je antwoord toe.

De onderzoekers vroegen zich af of het vogeltje echt onthield waar het de zaadjes verstopt had, of dat het zich extra aangetrokken voelde tot bepaalde gaten, zowel bij het verstoppen als bij het terugzoeken. Daarom herhaalden ze het experiment, maar nu lieten ze het vogeltje eerst slechts 5 zaadjes verstoppen, daarna haalden ze het uit de kooi, en een paar uur later lieten ze het nog 5 zaadjes verstoppen. Het bleek dat het vogeltje bij de tweede ronde vrijwel nooit een zaadje probeerde te verstoppen in een gat dat het al bij de eerste ronde gebruikt had.

Stel dat het vogeltje bij de tweede ronde aselekt telkens een ander gat kiest, totdat het vijf ongebruikte gaten heeft gevonden.

- 7p 7 Bereken de kans dat het vogeltje hierbij ten hoogste één keer een gat probeert dat het al bij de eerste ronde gebruikt heeft.

Opgave 3 Snoep

De firma Zoetelief produceert onder andere *Zzmaks*. Dit zijn repen bestaande uit een vulling van 20 gram biscuit en 10 gram karamel, omhuld met 20 gram chocolade. De productiekosten bestaan uit verwerkingskosten (inclusief verpakking, transport en dergelijke) en grondstofkosten. De verwerkingskosten bedragen $f 0,75$ per reep. In tabel 1 staat hoeveel 100 gram van iedere grondstof kost.

tabel 1

Grondstofkosten

grondstof	kosten per 100 gram
chocolade	$f 1,50$
biscuit	$f 1,00$
karamel	$f 1,00$

Zzmaks worden verkocht voor $f 1,50$ per stuk.

Per week worden 60 000 *Zzmaks* verkocht.

- 8 Bereken de totale winst die Zoetelief per week op *Zzmaks* maakt.

De directie van Zoetelief laat onderzoek doen naar de gevolgen van een eventuele wijziging van de samenstelling van de *Zzmaks*.

Wegens de verkoop via automaten moet rekening gehouden worden met de volgende voorwaarden:

- het totale gewicht per reep moet 50 gram blijven;
- de verkoopprijs per reep moet $f 1,50$ blijven;
- in verband met de stevigheid mag een reep niet minder dan 5 gram biscuit en niet meer dan 13 gram karamel bevatten;
- het omhulsel moet uit ten minste 14 gram chocolade bestaan om breken te voorkomen.

Uit het onderzoek blijkt dat er meer *Zzmaks* verkocht zullen worden naarmate er meer chocolade en minder biscuit in zit.

Men vindt het volgende verband: $q = 20\,000 + 4000x - 2000y$.

Hierbij is q het per week verkochte aantal *Zzmaks*, x het aantal gram chocolade en y het aantal gram biscuit per *Zzma*k. De verwerkingskosten blijven bij elke samenstelling $f 0,75$ per reep.

De te verwachten totale winst in gulden per week op *Zzmaks* noemen we W .

- 6p 9 Toon aan dat geldt: $W = (100 + 20x - 10y)(50 - x)$.

In de figuur op de bijlage is het gebied getekend met $0 \leq x \leq 50$ en $0 \leq y \leq 50$.

Binnen dat gebied is een aantal iso-winstlijnen getekend.

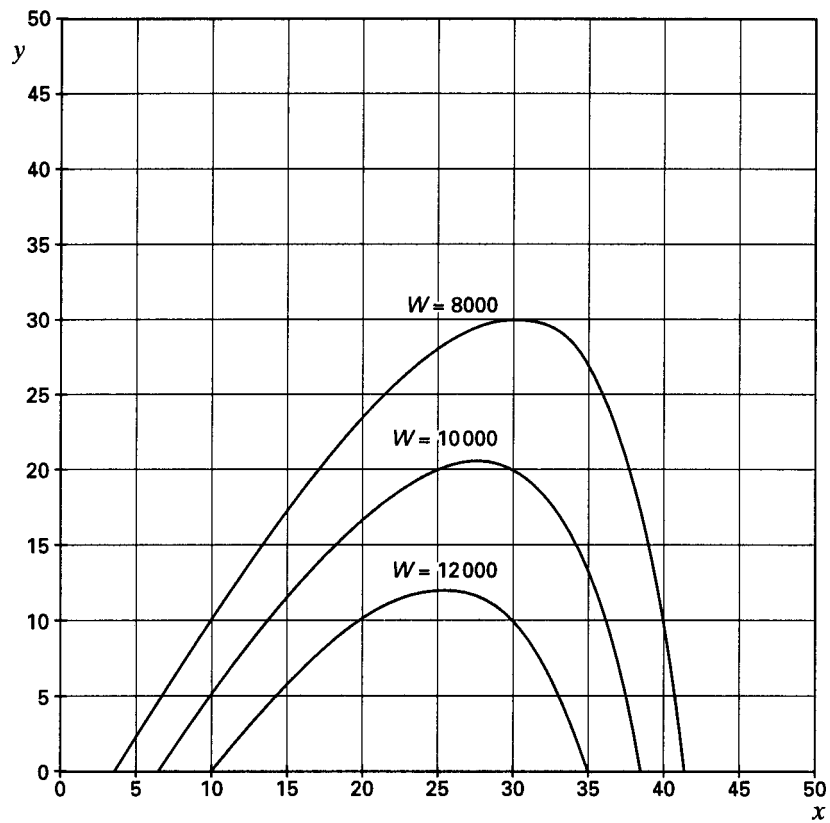
- 7p 10 Stel de beperkende voorwaarden voor x en y op en teken in de figuur op de bijlage het toegestane gebied.

Uit de figuur kan worden afgeleid dat de maximale waarde van W wordt aangenomen op de grenslijn die hoort bij precies 13 gram karamel per reep.

- 7p 11 Druk W uit in x en bereken de maximale waarde van W .

Bijlage bij opgave 3

Opgave 3, vragen 10 en 11

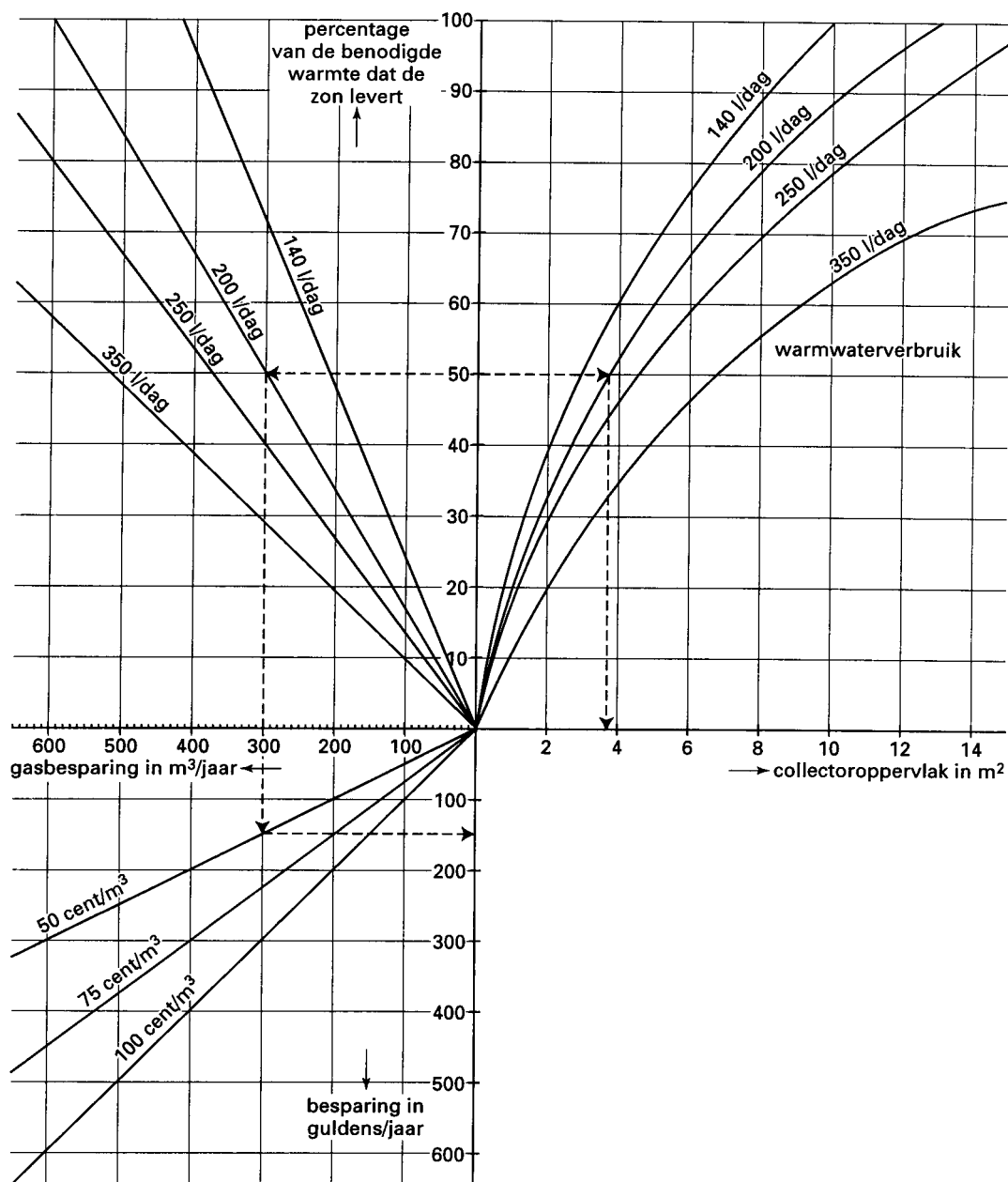


Opgave 4 Zonneboilers

Steeds meer woningen zijn voorzien van een zonneboiler. Een zonneboiler bestaat uit een op het dak aangebrachte collector die zonlicht in warmte omzet, en een opslagvat waarin het opgewarmde leidingwater wordt bewaard. Zo nodig wordt het water voor gebruik nog verder verwarmd met een gewoon warmwatertoestel (op gas of elektriciteit).

Het diagram van figuur 3 is afkomstig uit een brochure van een fabrikant. Dit diagram staat ook op de bijlage. Stel dat bekend is hoeveel warm water (daarmee bedoelen we hier steeds water van 55 °C) er per dag in een huishouden wordt verbruikt. Stel dat ook bekend is hoeveel procent van de daarvoor benodigde warmte men gemiddeld door de zon wil laten leveren. Rechts in het diagram kun je dan aflezen hoe groot de collector moet zijn. Links in het diagram kun je aflezen hoeveel energie en geld hiermee te besparen valt.

figuur 3



Eindexamen wiskunde A vwo 1998 - II

De familie C. verbruikt 200 liter warm water per dag. De gezinsleden willen gemiddeld 50% van de daarvoor benodigde warmte door de zon laten leveren. Op grond van het diagram laten ze een zonneboiler plaatsen met een collectoroppervlak van $3,7 \text{ m}^2$ (zie de pijlen). Hiermee besparen ze 300 m^3 gas per jaar, ter waarde van $f 150,-$ (bij een gasprijs van $f 0,50$ per m^3).

Door gezinsuitbreiding stijgt het verbruik tot 350 liter warm water per dag. Ze houden echter hun oude zonneboiler. Die is nu te klein om 50% van de benodigde warmte te leveren, maar ze besparen wel meer dan 300 m^3 gas per jaar.

3p 12 Lees af hoeveel gas ze in deze nieuwe situatie per jaar besparen dankzij de zonneboiler.

Toen de zonneboiler 50% van de benodigde warmte leverde, had de familie C. daarnaast nog 300 m^3 gas per jaar nodig voor warm water. Nu hebben ze meer gas nodig.

4p 13 Bereken hoeveel gas de familie C. in de nieuwe situatie per jaar nodig heeft voor warm water.

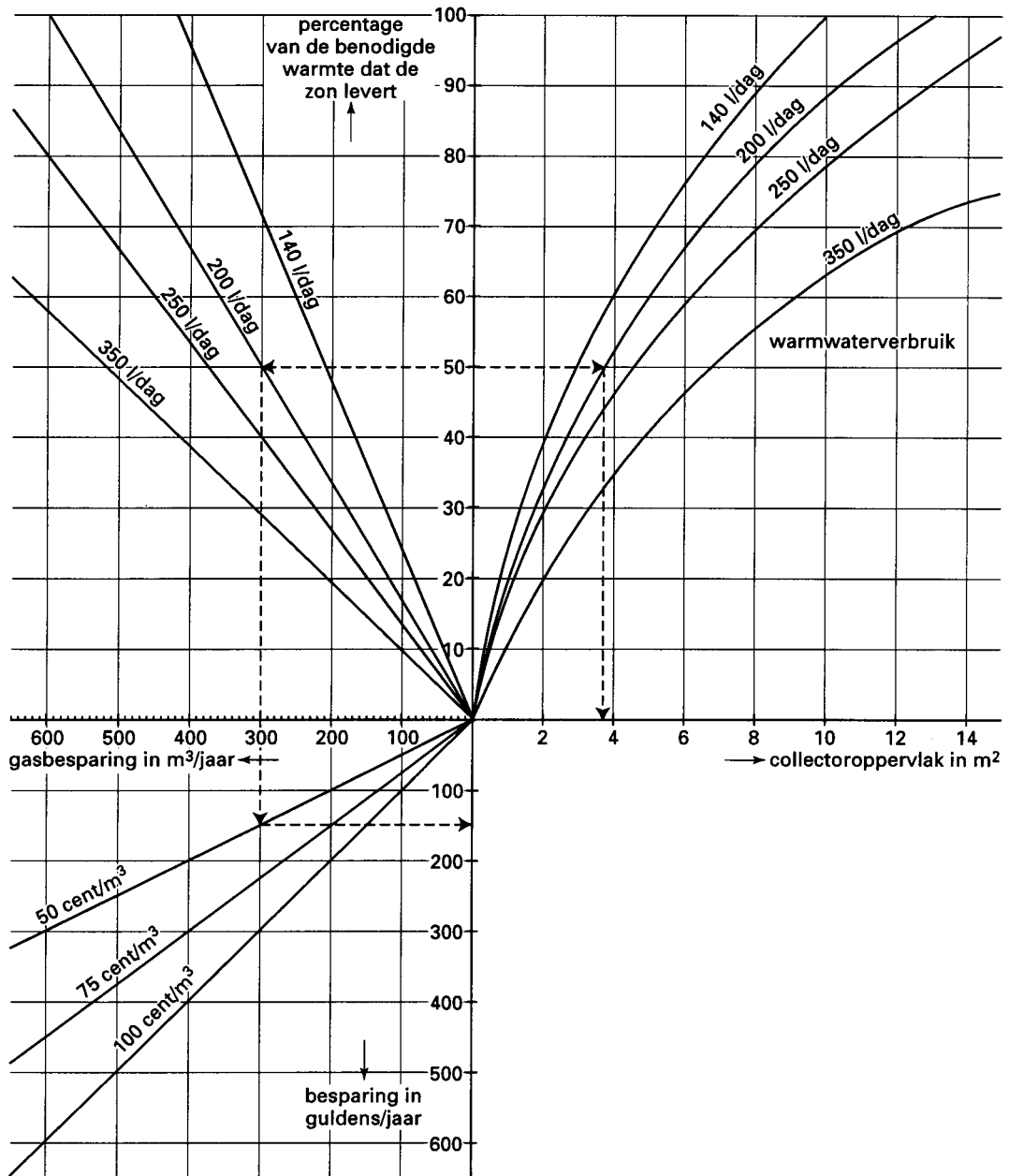
In het kader van een stimuleringsprogramma biedt een energiebedrijf zonneboilers te huur aan. Deelnemers aan dit programma kunnen kiezen voor een collectoroppervlak van 6 m^2 of een collectoroppervlak van 8 m^2 . De huurprijs hangt af van de grootte van de collector en van de gasprijs: voor elke m^2 collectoroppervlak betaalt de huurder maandelijks de prijs van 4 m^3 gas.

De heer en mevrouw Van Z. willen van deze aanbieding gebruik maken. Ze verbruiken gemiddeld 250 liter warm water per dag. Ze streven naar zo laag mogelijke totale kosten voor de huur van de zonneboiler plus gas.

6p 14 Onderzoek welk collectoroppervlak het voordeligst is.

Bijlage bij opgave 4

Opgave 4



Opgave 5 Giftige gassen

Bij ongelukken met giftige gassen moeten hulpverlenende instanties kunnen beslissen hoeveel van welk materiaal moet worden ingezet. Daarbij is van belang dat men kan voorspellen hoeveel getroffen personen binnen een bepaalde tijd overleden zullen zijn en voor hoeveel mensen de hulp nog op tijd komt.

Door analyse van ongevallen heeft men een model kunnen opstellen. Men kan met dit model een redelijk betrouwbare voorspelling doen over het aantal overledenen als bekend zijn: het aantal getroffen personen, het soort gas, de concentratie van het gas en gedurende hoeveel tijd de getroffen personen zijn blootgesteld aan het gas.

In dit model speelt het begrip *probitwaarde* (Pr) een belangrijke rol. Als voorbeeld nemen we chloorgas. Hiervoor geldt de formule:

$$Pr = -10,29 + 0,92 \ln(C^2 \cdot t)$$

Hierbij is C de concentratie van het gas in mg/m^3 en t de blootstellingstijd in minuten.

Nadat men met deze formule de probitwaarde voor een bepaalde situatie heeft berekend, kan men hiermee in tabel 2 aflezen hoeveel procent van de personen die aan het gas zijn blootgesteld, waarschijnlijk is overleden.

tabel 2

Verband tussen percentages en probitwaarden

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	–	2,67	2,95	3,12	3,25	3,36	3,45	3,52	3,59	3,66
10	3,72	3,77	3,82	3,87	3,92	3,96	4,01	4,05	4,08	4,12
20	4,16	4,19	4,23	4,26	4,29	4,33	4,36	4,39	4,42	4,45
30	4,48	4,50	4,53	4,56	4,59	4,61	4,64	4,67	4,69	4,72
40	4,75	4,77	4,80	4,82	4,85	4,87	4,90	4,92	4,95	4,97
50	5,00	5,03	5,05	5,08	5,10	5,13	5,15	5,18	5,20	5,23
60	5,25	5,28	5,31	5,33	5,36	5,39	5,41	5,44	5,47	5,50
70	5,52	5,55	5,58	5,61	5,64	5,67	5,71	5,74	5,77	5,81
80	5,84	5,88	5,92	5,95	5,99	6,04	6,08	6,13	6,18	6,23
90	6,28	6,34	6,41	6,48	6,55	6,64	6,75	6,88	7,05	7,33

Als bijvoorbeeld de probitwaarde gelijk is aan 4,90, dan kan men volgens tabel 2 verwachten dat ongeveer 46% van de getroffen personen is overleden.

Stel in een fabriekshal ontploft een vat. Vrijwel onmiddellijk is de hal gevuld met chloorgas met een concentratie van 950 mg/m^3 . Op dat moment zijn er 70 mensen aan het werk.

Stel dat het niemand lukt de hal te verlaten en na 15 minuten de hulpverlening start.

- 5p **15** □ Bereken hoeveel van deze 70 mensen volgens het model dan naar verwachting nog in leven zijn.

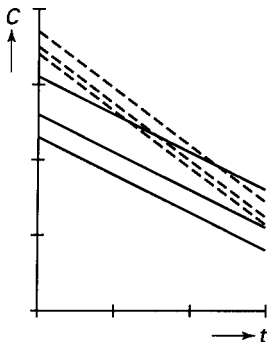
Met een goede evacuatieprocedure wordt veel leed voorkomen. Stel dat tien seconden na de ontploffing een alarmsignaal wordt gegeven.

Men gaat er van uit dat bij een probitwaarde van 1,91 geen sterfte optreedt.

- 6p 16 □ Bereken hoeveel tijd de 70 mensen *na het alarmsignaal* hebben om de hal te verlaten. Geef je antwoord in seconden nauwkeurig.

De bovenstaande formule voor het berekenen van de probitwaarde geldt alleen voor chloorgas. Voor bijvoorbeeld ammoniakgas geldt een formule met andere getallen. In de praktijk zijn deze formules niet zo handig. Men werkt liever met grafieken, zodat eenvoudig kan worden afgelezen (in plaats van berekend) welk percentage overledenen verwacht kan worden bij gegeven tijd en concentratie. Zulke grafieken worden getekend op dubbellogaritmisch papier. In figuur 4 zie je een globale weergave van zulke grafieken. Afgebeeld zijn twee bundels isolijnen voor het percentage overledenen. De ene bundel hoort bij chloorgas, de andere bundel bij ammoniakgas. De bijbehorende formules voor de probitwaarden staan ernaast.

figuur 4



$$\begin{aligned} \text{chloorgas:} \quad Pr &= -10,29 + 0,92 \ln(C^2 \cdot t) \\ \text{ammoniakgas:} \quad Pr &= -27,27 + 2,27 \ln(C^{1,36} \cdot t) \end{aligned}$$

- 4p 17 □ Onderzoek welke bundel (die met gestippelde lijnen of die met doorgetrokken lijnen) bij chloorgas hoort.