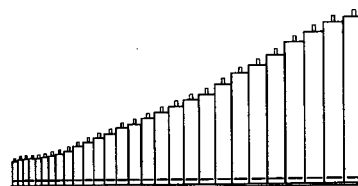


Opgave 3 Kerkorgels

Een groot kerkorgel telt soms wel enkele duizenden orgelpijpen. De pijpen zijn gegroepeerd in registers. Zo'n register is een rij van ruim 50 pijpen van verschillende lengte. Een deel van een register is hiernaast afgebeeld.

afbeelding



Een register onderscheidt zich van andere registers door vorm en materiaal van de pijpen. Elk register klinkt daardoor anders.

Bij het bouwen van een orgel moet voor elke pijp de juiste lengte bepaald worden. De berekening van de lengtes gaat per register en kan als volgt beschreven worden.

Nummer de pijpen van klein naar groot: 0, 1, 2, ...

Als de kleinste pijp lengte L_0 heeft, dan moet voor de lengte L van de pijp met nummer n gelden:

$$L = L_0 \cdot 2^{\frac{n}{12}} \quad (L \text{ en } L_0 \text{ in millimeters})$$

- 4 p 8 Toon aan dat per register voor elke pijp, behalve de kleinste, geldt: de lengte van die pijp is ongeveer 6% groter dan de lengte van zijn voorganger.

Voor het verkrijgen van de juiste klank is onder andere het verband tussen de lengte (L) en de diameter (D) van de pijpen van belang. Voor elk register is dat verband anders.

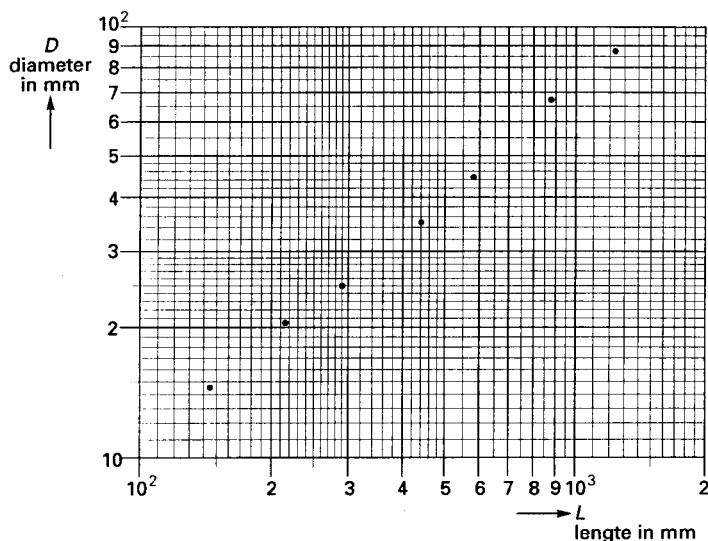
Sommige orgelbouwers hanteerden vroeger een vuistregel die neerkwam op: per register moet voor de pijpen het quotiënt $\frac{D}{L^{0,75}}$ dezelfde uitkomst hebben.

Van een zeker register heeft de pijp met nummer 16 een lengte van 500 mm en een diameter van 60 mm.

- 4 p 9 Bereken welke diameter de pijp met nummer 30 uit hetzelfde register volgens de vuistregel moet hebben. Rond het antwoord af op gehele millimeters.

Onderzoekers hebben lengte en diameter van een aantal pijpen van een ander register opgemeten en de resultaten uitgezet op dubbellogaritmisch papier (zie figuur 1).

figuur 1



Eindexamen wiskunde A vwo 1995-II

- De getekende punten liggen bij benadering op een rechte lijn door de punten (150, 15) en (1500, 100). Bij deze lijn hoort een formule die D uitdrukt in L .
- 6 p 10 Stel deze formule op en ga na of deze formule in overeenstemming is met de eerder genoemde vuistregel. Motiveer het antwoord.

Silvia gaat naar de muziekschool voor orgelles. Daar speelt ze op een orgel dat één toetsenbord en 16 registers heeft.

afbeelding



Als alle registers op 'aan' staan, komt er bij het indrukken van een toets geluid uit 16 orgelpijpen. Elke toets is namelijk gekoppeld aan 16 pijpen, van elk van de registers één (bijvoorbeeld, toets nummer 5 is gekoppeld aan alle pijpen met het nummer 5).

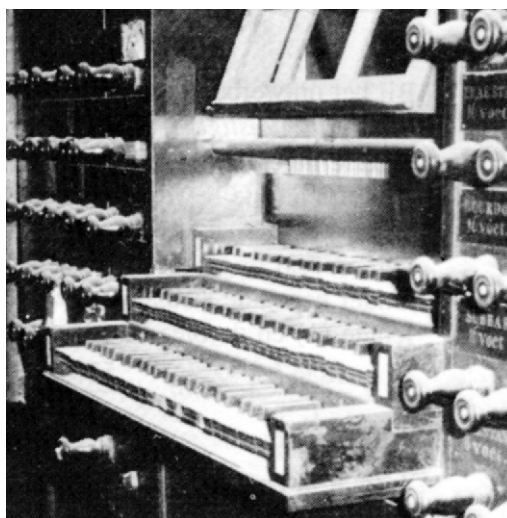
Voordat Silvia gaat spelen, moet ze eerst kiezen welk(e) register(s) ze 'aan' wil hebben. Zo'n keuze noemt men een *registratie*. Zet ze bijvoorbeeld alleen de registers 4, 8 en 11 op 'aan', dan zal bij het indrukken van een toets maar uit drie pijpen geluid komen.

In de les mag ze een, twee of drie registers op 'aan' zetten. Anders hebben anderen last van het geluid.

- 11 Bereken uit hoeveel verschillende registraties ze in de les kan kiezen.

Haar leraar is organist van een kerk met een groot orgel. Dat heeft 45 registers en drie toetsenborden die we aanduiden met I, II en III. Net als bij het orgel van de muziekschool is elke orgelpijp gekoppeld aan precies één toets van een toetsenbord. De koppeling blijkt uit het onderstaande schema.

foto



schema

Pijpen van	gekoppeld aan toetsenbord
registers 1 t/m 16	I
registers 17 t/m 31	II
registers 32 t/m 45	III

Silvia mag voor één keer op dit kerkorgel spelen. Omdat ze nog niet op meer dan één toetsenbord tegelijk kan spelen, moet ze eerst het toetsenbord kiezen waarop ze zal gaan spelen. Daarna nog de registratie bij het gekozen toetsenbord.

Van haar leraar mag ze helemaal vrij kiezen, geluidsoverlast is nu geen probleem.

- 4 p 12 Bereken uit hoeveel verschillende registraties ze nu kan kiezen.