

■ Opgave 3 Chaparral-vegetatie

In de overgangszone tussen het woestijnklimaat en het gematigde klimaat aan de westkust van Noord-Amerika treft men over een oppervlakte van ongeveer 2000 km² een vegetatie aan van groenblijvende struiken. Men spreekt daar over de Chaparral. De brandbaarheid van de planten is sterk afhankelijk van de leeftijd. Vanwege het vele dorre materiaal zijn vooral de oudere planten zeer brandbaar. Brand heeft naast het gevaar voor mens en dier ook een belangrijke nuttige functie: op de plaats van de verbrande struiken komen vrijwel direct jonge en levenskrachtige planten uit de grond. Spontane branden worden daarom niet altijd geblust. De verjonging zorgt er immers voor dat er geen grote, uitgestrekte gebieden ontstaan van dor materiaal die bij brand tot catastrofes zouden kunnen leiden.

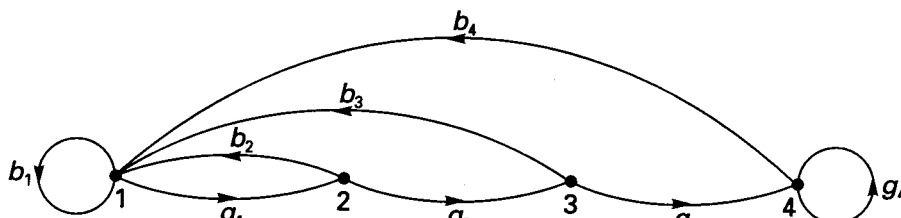
Van deze situatie wordt een model gemaakt, waarbij men de volgende uitgangspunten hanteert.

- . De vegetatie wordt op grond van de leeftijd onderverdeeld in vier klassen:

klasse 1	0 tot 10 jaar
klasse 2	10 tot 20 jaar
klasse 3	20 tot 30 jaar
klasse 4	30 jaar en ouder
- . Als maat voor de omvang van een klasse neemt men niet het aantal planten maar de oppervlakte van het door die klasse bedekte gebied.
- . Per klasse blijft het percentage dat elke 10 jaar verbrandt, constant.
- . De totale oppervlakte van het gebied blijft 2000 km².

Bij dit model kan de volgende graaf getekend worden:

_____ graaf



met b_i = het gedeelte van klasse i dat verbrandt ($b_i < 1$) en
 met g_i = het gedeelte van klasse i dat niet verbrandt ($g_i < 1$).

Bij deze graaf kan een overgangsmatrix M worden opgesteld, waarin b_i en g_i voorkomen.

6 p 11 □ Stel deze matrix M op in de vorm:

van

naar $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$

Eindexamen wiskunde A vwo 1994-I

In tabel 1 staat vermeld hoe groot de oppervlakte is die elke klasse bedekt op het tijdstip $t = 0$ en op het tijdstip $t = 1$ (10 jaar later).

tabel 1

Oppervlakten in km^2		
klasse	op $t=0$	op $t=1$
1	302	462
2	284	300
3	314	278
4	1100	960

6 p 12 Bereken g_1 , g_2 , b_1 en b_2 in drie decimalen nauwkeurig.

Van de matrix M zijn met de computer de machten M^2 , M^3 , M^4 , ... uitgerekend. Men constateerde dat de matrices M^n vanaf een zekere waarde van n nauwelijks meer verschillen. Zo zijn, na afronding op twee decimalen, de matrices M^n voor $n > 20$ allemaal gelijk aan de volgende overgangsmatrix:

$$\text{naar } \begin{matrix} & \text{van} \\ & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \left(\begin{matrix} 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 \\ 0,19 & 0,19 & 0,19 & 0,19 \\ 0,18 & 0,18 & 0,18 & 0,18 \\ 0,44 & 0,44 & 0,44 & 0,44 \end{matrix} \right) \end{matrix}$$

Het blijkt dat op elke rij de getallen gelijk zijn.

3 p 13 Welke conclusies kan men uit dit alles trekken voor de samenstelling van de Chaparral-vegetatie?

In de praktijk passen de beheerders van de Chaparral ook nog gecontroleerde bewuste afbranding van gedeeltes van de vegetatie ouder dan 10 jaar toe.

In ons model nemen we ter vereenvoudiging aan dat dit *direct na* elke periode van 10 jaar in één moment plaats vindt.

Neem aan dat men steeds

2,5% van klasse 2,

1,3% van klasse 3 en

7,2% van klasse 4 verbrandt.

Dit proces van bewuste afbranding kan weergegeven worden door een vier-bij-vier matrix B , waarin de hierboven genoemde percentages zijn verwerkt.

Met behulp van het matrixprodukt $B \cdot M$ kan dan het gezamenlijke proces over 10 jaar van de spontane afbranding, gevolgd door de gecontroleerde bewuste afbranding, beschreven worden.

6 p 14 Stel matrix B op.