

■ Opgave 1 Flevoland

In 1967 vestigden zich de eerste inwoners in Lelystad. Intussen is Lelystad de hoofdstad geworden van Flevoland, de jongste provincie van Nederland.

Uit tabel 1 blijkt dat sinds 1967 het aantal inwoners sterk is toegenomen.

tabel 1

Aantal inwoners van Lelystad per 1 januari

jaar	aantal
1968	914
1969	1 902
1970	3 112
1971	4 543
1972	6 620
1973	8 404
1974	10 591
1975	14 179
1976	19 001
1977	23 212
1978	29 256
1979	35 520
1980	38 970
1981	43 256
1982	48 177
1983	52 251
1984	55 259
1985	56 567
1986	57 952
1987	58 663

bron: *Statistisch jaaroverzicht, Gemeente Lelystad*

De *absolute* toename van het aantal inwoners van Lelystad was het grootst in het jaar 1978.

3 p 1 Was in dat jaar ook de *relatieve* toename het grootst? Licht het antwoord toe.

Om te onderzoeken in hoeverre er sprake was van een exponentiële groei kan men logaritmisch papier gebruiken.

4 p 2 Zet de gegevens van tabel 1 uit op logaritmisch papier.

3 p 3 In welke zesjarige periode was er bij benadering sprake van exponentiële groei? Licht het antwoord toe.

De groei van Lelystad wordt sterk beïnvloed door de werkgelegenheid in de directe omgeving, de beschikbare woonruimte ter plaatse en het huisvestingsbeleid van de landelijke overheid, met name voor de regio Amsterdam.

De gemeente Lelystad heeft deze factoren in een rekenmodel verwerkt en maakt elk jaar een nieuwe prognose van de bevolkingsontwikkeling van zowel Lelystad als geheel Flevoland.

Eindexamen wiskunde A vwo 1994-II

Tabel 2 heeft betrekking op de prognose uit 1985.

tabel 2

Aantal inwoners per 1 januari volgens de prognose uit 1985

jaar	Lelystad	Flevoland
1986	58 065	130 215
1987	59 258	140 344
1988	60 490	150 979
1989	61 698	161 410
1990	62 298	171 880
1991	64 210	182 102
1992	65 526	191 390
1993	66 888	200 674
1994	68 394	210 060
1995	70 016	219 465

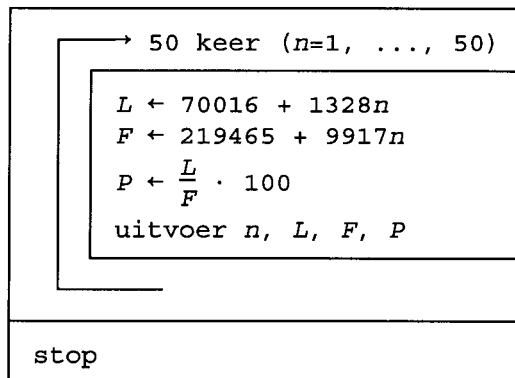
bron: *De arbeidsmarkt in Flevoland; Kloster/Steijnenbosch.*

- 4 p 4 □ Toon aan dat deze prognose voor Flevoland een vrijwel lineaire groei oplevert.

Op 1 januari 1986 woont volgens deze prognose 44,6% van de bevolking van Flevoland in Lelystad. Op 1 januari 1995 is dat nog slechts 31,9%. Een ambtenaar wil aan de hand van een eenvoudig computermodel lange-termijnvoorspellingen doen over dit percentage (P). Hij benadert het aantal inwoners (L) van Lelystad en het aantal inwoners (F) van Flevoland met formules voor lineaire groei.

Hij ontwerpt het volgende structuurdiagram; hierbij is n het aantal jaren gerekend vanaf 1 januari 1995. Dus $n = 1$ op 1 januari 1996.

structuur-
diagram



- 5 p 5 □ Toon aan, bijvoorbeeld met behulp van differentiëren, dat P volgens dit model voortdurend zal afnemen.
- 6 p 6 □ Bereken het eerste kalenderjaar waarin per 1 januari volgens dit model minder dan 25,0% van de bevolking van Flevoland in Lelystad woont.

Opdracht 2 Het bedrijf Quick

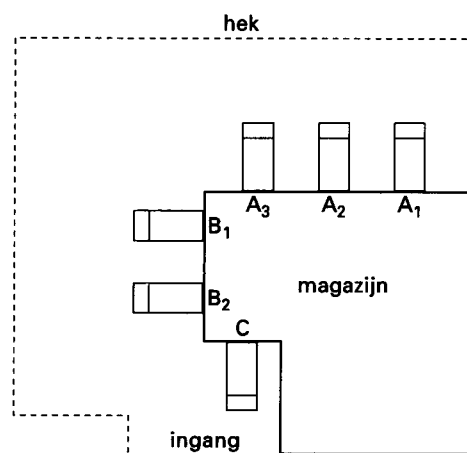
Het bedrijf Quick heeft zes chauffeurs in dienst die elke werkdag met zes vrachtauto's in Nederland goederen afleveren. De auto's vertrekken 's ochtends vrijwel gelijktijdig en komen in de namiddag terug bij het magazijn. Daar worden de goederen ingeladen die de volgende werkdag bezorgd moeten worden.

In verband met de interne organisatie in het magazijn en de beperkte manoeuvreerruimte op het terrein moeten de vrachtauto's in volgorde van binnenkomst gezet worden bij de laadpoorten A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 en C (zie figuur 1); de eerste bij poort A_1 , de tweede bij A_2 , enzovoort.

Neem aan dat de volgorde waarin de vrachtauto's bij het magazijn terugkomen steeds volkomen willekeurig is.

Henk is één van de zes chauffeurs.

figuur 1



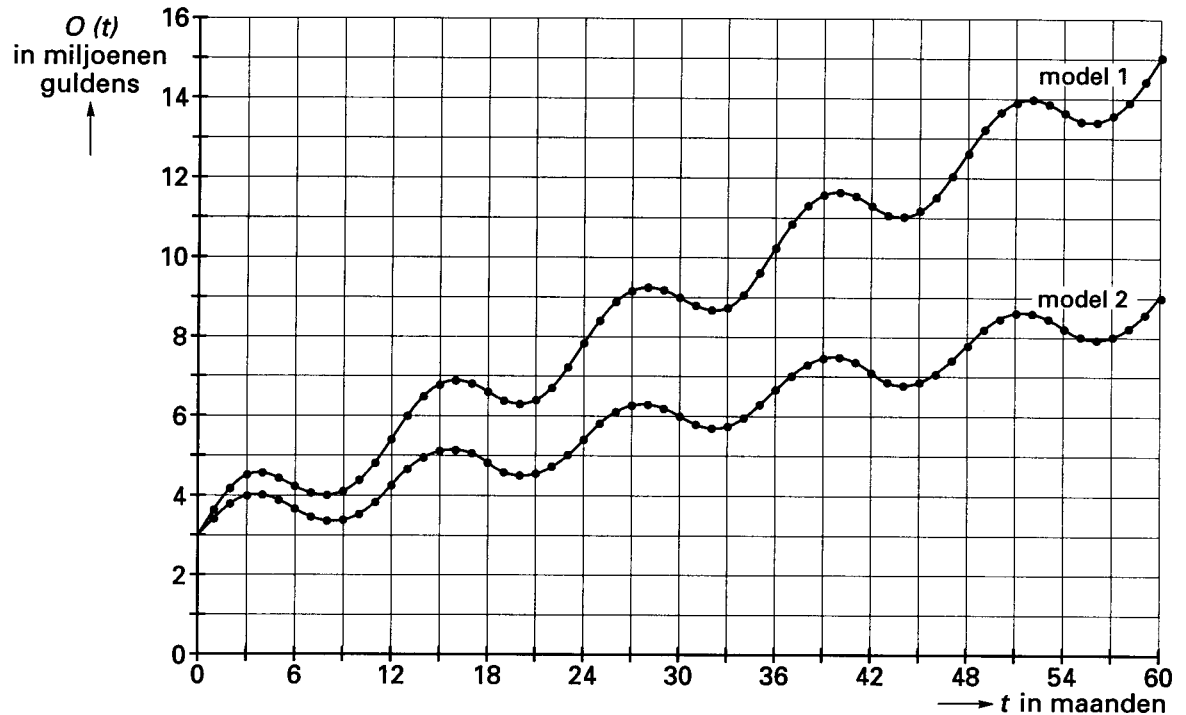
6 p 7 Bereken in gehele procenten nauwkeurig de kans dat Henk op ten minste twee van de eerstvolgende vijf werkdagen zijn vrachtauto bij laadpoort C moet zetten.

6 p 8 Bereken de kans dat geen van de vrachtauto's 's middags aan dezelfde kant (A -, B - of C -kant) van het magazijn wordt gezet als waar deze 's ochtends is vertrokken.

Eindexamen wiskunde A vwo 1994-II

In het jaarverslag over 1993 van Quick zijn twee modellen opgenomen, die laten zien wat de verwachtingen zijn voor de maandelijkse omzet $O(t)$ in de eerstkomende vijf jaar. Model 1 geeft de optimistische visie en model 2 geeft de pessimistische visie (zie figuur 2).

figuur 2



Bij beide modellen is uitgegaan van een stijgende trend en een periodieke component. Voor de periodieke component is op grond van de omzetcijfers uit het verleden een periode van een jaar aangehouden.

Voor model 1 geldt:

$$O(t) = 3 + 0,2t + 0,8 \cdot \sin \frac{1}{6}\pi t$$

Hierbij is $O(t)$ de omzet in miljoenen guldens over de t -de maand vanaf 1 januari 1994. $O(1)$ is dus de omzet over januari 1994.

- 4 p 9 □ Bereken in duizenden guldens nauwkeurig de *totale* omzet volgens model 1 over de *eerste drie* maanden van 1994.

Voor model 1 en model 2 is gebruik gemaakt van soortgelijke formules. Over mei 1994 wordt bij model 2 een omzet verwacht van f 3 800 000,-.

- 8 p 10 □ Stel een formule op voor model 2. Licht je werkwijze toe.

■ Opgave 3 Koolmezen

Een Engelse bioloog heeft het broeden van koolmezen onderzocht. In tabel 3 staat vermeld hoeveel kuikens hij aantrof in een steekproef van 50 nesten. Het aantal kuikens per nest noemde hij de broedselgrootte (B).

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
aantal nesten	1	1	3	3	7	7	9	6	6	4	2	1

6 p 11 Toon met behulp van normaal-waarschijnlijkheidspapier aan dat deze waarnemingen doen vermoeden dat B vrijwel normaal verdeeld is.

4 p 12 Schat met behulp van de figuur van vraag 11 hoe groot het gemiddelde en de standaarddeviatie van deze normale verdeling zijn. Geef aan hoe de antwoorden zijn verkregen.

Van negen nesten woog de bioloog de kuikens. Per nest berekende hij het gemiddelde gewicht (G) in grammen van de kuikens. De wegingen vonden steeds plaats op de vijftiende dag na het uitkomen van de eieren. De resultaten staan in tabel 4.

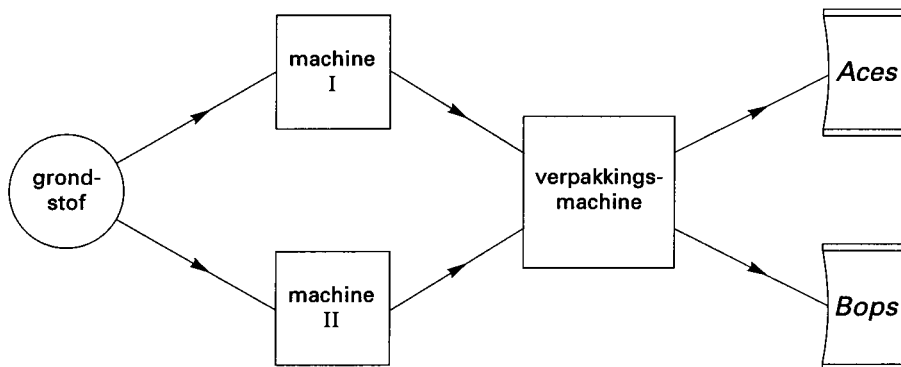
B	3	4	5	6	7	8	9	10	11
G	19,3	19,5	19,2	19,2	19,0	18,7	18,9	18,4	17,9

6 p 13 Stel een vergelijking op van de regressielijn van G op B .

Opgave 4 Aces en Bops

Het bedrijf GW maakt onder andere het tweetal zeer populaire snacks: 'Aces' en 'Bops'. Deze worden van dezelfde grondstof gemaakt, die f 0,60 per kilogram kost. Een zakje Aces wordt verkocht voor f 0,80 en heeft een inhoud van 200 gram. Een zakje Bops wordt verkocht voor f 1,50 en heeft een inhoud van 250 gram. Voor de fabricage van Aces gebruikt men machine I, voor Bops machine II. Daarna wordt voor beide artikelen dezelfde verpakkingsmachine ingeschakeld (zie figuur 3). In verband met de fabricage van andere artikelen zijn deze machines per dag maar een beperkt aantal uren beschikbaar.

figuur 3



Voor machine I geldt:

- . deze is maximaal 6 uur per dag beschikbaar en kost per uur f 200,-
- . deze verwerkt per uur 500 kilogram grondstof
- . bij de fabricage van Aces gaat 10% van de grondstof verloren; het afval is zonder waarde.

Voor machine II geldt:

- . deze is maximaal 5 uur per dag beschikbaar en kost per uur f 240,-
- . deze verwerkt per uur 400 kilogram grondstof
- . bij de fabricage van Bops gaat 20% van de grondstof verloren; het afval is zonder waarde.

Voor de verpakkingsmachine geldt:

- . deze is maximaal 10 uur per dag beschikbaar en kost per uur f 300,-
- . per uur kan de machine 1500 zakjes Aces of 800 zakjes Bops afleveren.

We nemen aan dat alle geproduceerde zakjes verkocht worden.

De grondstof wordt aangeleverd in kisten met een inhoud van 100 kilogram.

Op een dag worden 20 kisten grondstof verwerkt, 10 kisten voor de fabricage van Aces en 10 kisten voor de fabricage van Bops.

- 6 p 14 □ Toon aan dat die dag 4500 zakjes Aces en 3200 zakjes Bops worden gemaakt en bereken hoeveel winst dit oplevert.

Eindexamen wiskunde A vwo 1994-II

GW wenst een zo groot mogelijke winst per dag, maar is contractueel verplicht per dag ten minste 3600 zakjes Aces en ten minste 1600 zakjes Bops af te leveren.

Noem het aantal kisten grondstof per dag voor de fabricage van Aces x en het aantal kisten grondstof per dag voor de fabricage van Bops y .

W is de winst per dag in gulden.

- 6 p 15 Toon aan dat geldt: $W = 170x + 240y$.
- 8 p 16 Stel alle beperkende voorwaarden op en teken in een assenstelsel het gebied waarin aan deze voorwaarden wordt voldaan.
- 5 p 17 Bereken de maximale winst die GW per dag op Aces en Bops kan behalen.