

Opdracht 1 Chicago Steel Corporation

CSC (Chicago Steel Corporation) is een onderneming die onder andere graafmachines en tractoren maakt. CSC heeft zelf ovens voor de aanmaak van de stalen platen waaruit de diverse onderdelen worden geperst.

Voor de vervaardiging van de stalen platen wordt ijzererts van drie verschillende delfplaatsen I, II en III gemengd. Voor een goede kwaliteit van het mengsel moeten de basiselementen A, B en C in voldoende mate aanwezig zijn. Deze drie elementen komen in het erts van elke delfplaats in verschillende hoeveelheden per ton voor.

In tabel 1 kan worden afgelezen:

- het aantal kilogrammen van elk basiselement *per ton* ijzererts van elke delfplaats;
- het minimale aantal kilogrammen van elk basiselement dat nodig is *per ton* mengsel;
- de inkoopkosten per ton ijzererts van elke delfplaats.

tabel 1

	Aantal kilogrammen per ton ijzererts uit			Minimale aantal kilogram per ton mengsel
	I	II	III	
A	180	300	150	200
B	20	6	16	10
C	90	50	40	60
Inkoopkosten per ton ijzererts	\$800	\$400	\$600	

CSC heeft 54 ton mengsel nodig.

Neem aan dat uit I, II en III achtereenvolgens x , y en $54-x-y$ ton erts ingekocht wordt.

Om voldoende van het basiselement A in het mengsel te hebben moet gelden:

$$x + 5y \geq 90.$$

- 3 p 1 Toon dit aan.

CSC wil de 54 ton mengsel van goede kwaliteit tegen minimale inkoopkosten verkrijgen.

- 9 p 2 Stel de andere beperkende voorwaarden op en bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel ton erts van elke delfplaats dan ingekocht moet worden.

- 4 p 3 Onderzoek of een prijsverlaging van het erts uit III van \$600 naar \$500 voor CSC reden kan zijn om de mengverhouding te wijzigen.

Eindexamen wiskunde A vwo 1993-II

Een aannemer probeert een opdracht voor de aanleg van een oliepijpleiding door Alaska te krijgen. Indien hij de opdracht krijgt, zal hij graafmachines nodig hebben.

Grondproeven zullen moeten uitwijzen of er 1, 2, 3 of 4 van deze machines nodig zijn.

De aannemer zal de machines van CSC kopen als ze direct ter plaatse beschikbaar zijn.

Indien er niet genoeg machines zijn, zal de aannemer de ontbrekende machines kopen bij een concurrent van CSC die over een filiaal in Alaska beschikt.

Om de machines tijdig ter plaatse te hebben, moet CSC de machines reeds naar Alaska brengen voordat alle resultaten van de grondproeven bekend zijn.

CSC schat dat elke machine die verkocht wordt een winst oplevert van \$50 000 en dat elke machine die naar Alaska is gestuurd en niet verkocht wordt een verlies geeft van \$10 000.

Voor deze situatie stelt CSC een winst-verliesmatrix op. Hieronder is deze matrix voor een gedeelte ingevuld.

winst-verliesmatrix (bedragen in duizenden dollars)

		aantal machines dat de aannemer nodig heeft				
		0	1	2	3	4
aantal	1	(
machines	2					
dat CSC	3					
stuurt	4					
	
	
		-30	30	90	150	150
	

6 p 4 Neem deze matrix over en vul de ontbrekende getallen in.

De onzekerheid of de aannemer het contract krijgt en hoeveel machines hij dan wel nodig zou hebben, brengt CSC er toe adviezen van deskundigen in te winnen. Zij schatten:

aantal machines dat de aannemer nodig heeft	0	1	2	3	4
kans	0,50	0,10	0,20	0,15	0,05

CSC neemt deze schattingen als uitgangspunt en besluit dat aantal machines te sturen waarbij de verwachtingswaarde van de winst maximaal is.

5 p 5 Bereken hoeveel machines CSC zal sturen.

■ Opgave 2 Kunstmest

In deze opgave gaan we uit van een jaar van 365 dagen. In zo'n jaar telt januari 31, februari 28, maart 31 en april 30 dagen. In deze opgave worden de dagen van het jaar genummerd vanaf 1 januari. 1 februari heeft dan het nummer 32.

Voor de bemesting van grasland gebruikt men stikstofkunstmest. Uit onderzoek is gebleken dat de eerste bemesting in het voorjaar het hoogste rendement geeft als men direct na het bereiken van een temperatuursom (T -som) van $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ strooit.

De T -som is de som van de gemiddelde etmaaltemperaturen vanaf 1 januari. De gemiddelde etmaaltemperatuur per dag wordt telkens de volgende ochtend berekend en bij de vorige T -som opgeteld. Zodra de T -som meer dan 200 is, worden de boeren hiervan via de radio op de hoogte gebracht. De dag waarop dit gebeurt, noemen we de melddag.

Uit gegevens over lange tijd blijkt dat het nummer van de melddag bij benadering normaal verdeeld is met een gemiddelde van 105 en een standaarddeviatie van 10.

- 6 p 6 □ Bereken de kans dat de melddag een dag in april is.

De mest moet beslist droog bewaard worden. Boeren en tussenhandelaren nemen deze daarom niet in voorraad. Zodra de melddag is aangebroken, wordt de mest bij kunstmestfabriek KF besteld. KF moet daar rekening mee houden. Bij het opstellen van een voorlopig jaarschema in december wenst KF dat het risico van een onvoldoende voorraad stikstofkunstmest op de melddag kleiner is dan 1%.

- 6 p 7 □ Bereken de uiterste datum die KF in het voorlopig jaarschema kan opnemen voor het op peil zijn van de voorraad kunstmest.

De boeren met veel grasland vormen een zeer belangrijke afnemersgroep voor KF. Tot dusver bestelde 20% van hen de mest in zakken en kozen de overigen voor de iets goedkopere aanvoer van losse mest. Met deze percentages als uitgangspunt heeft KF al een voorraad opgebouwd als eind februari in een vakblad in een artikel gewezen wordt op enige lichte risico's die verbonden zijn aan het gebruik van losse mest. In het geval dit artikel een grote wijziging in het bestelgedrag veroorzaakt, moet KF alsnog haar produktieschema herzien. De directie laat daarom een onderzoeksbureau een enquête houden. Bij een aselechte steekproef van 100 boeren met veel grasland blijkt dat 25 van hen de kunstmest in zakken zullen bestellen.

- 6 p 8 □ Onderzoek of de uitslag van de enquête bij een significantieniveau van 10% voldoende reden geeft om het produktieschema te herzien.

■ Opgave 3 Bewaren van geneesmiddelen

In een Amerikaans laboratorium heeft men proeven genomen waarbij gelet werd op het verband tussen de hoogte van de bewaartemperatuur (F) in graden Fahrenheit en de werkzaamheid (W) van een bepaald geneesmiddel. Bij temperaturen van 30° , 50° , 70° en 90° (Fahrenheit) werden drie porties van gelijk gewicht uit eenzelfde produktie 20 dagen bewaard. Na deze periode werd op identieke wijze de werkzaamheid van de porties vastgesteld. De werkzaamheid werd uitgedrukt in percentages van de werkzaamheid zoals die was voor het bewaren.

In tabel 2 waar de twaalf meetresultaten zijn weergegeven, kan onder andere worden afgelezen dat de werkzaamheid van de drie porties die bij een temperatuur van 30° werden bewaard achtereenvolgens 39%, 42% en 35% van hun oorspronkelijke werkzaamheid hadden.

tabel 2

Bewaartemp. (F)	30°	50°	70°	90°
Werkzaamheid (W)	39, 42, 35	32, 26, 33	19, 27, 23	14, 19, 21

Indien men een rechtlijnig verband veronderstelt, levert dit voor de regressielijn van W op F de vergelijking: $W = -0,35F + 48,30$.

4 p 9 Verwerk de gegevens van tabel 2 in een spreidingsdiagram en teken daarin de regressielijn.

7 p 10 Bereken de correlatiecoëfficiënt tussen W en F .

Het verband tussen de temperatuur in graden Fahrenheit (F) en in graden Celsius (C) wordt vastgelegd door $F = 1,8C + 32$.

De regressielijn van W op C heeft de gedaante $W = aC + b$, waarbij de bewaartemperatuur in graden Celsius wordt gemeten.

3 p 11 Bereken a en b in twee decimalen nauwkeurig.

Uit andere experimenten is gebleken dat de werkzaamheid bij een vaste bewaartemperatuur exponentieel afhangt van de lengte van de bewaarperiode.

5 p 12 Schat de gemiddelde werkzaamheid van porties die 40 dagen bij een temperatuur van 20° Celsius zijn bewaard.

■ Opgave 4 Tropisch oerwoud

Onderstaande alinea's zijn vrij naar een artikel dat in 1991 in een krant stond.

krante-
artikel

FAO luidt noodklok

Van onze verslaggever

- 1 AMSTERDAM - Elk jaar verdwijnt steeds meer tropisch oerwoud. In 1990 was de afname wel anderhalf keer zo groot als in 1980. Dit stelt de FAO, de voedsel- en landbouworganisatie van de Verenigde Naties, in een zondag verschenen rapport met nieuwe gegevens over de ontbossing van de aarde.
.....
- 2 In 1990 verdween in de tropen zeventien miljoen hectare oerwoud. Dit is een gebied even groot als Oostenrijk, Denemarken en Nederland samen.
.....
- 3 Er was op 1 januari 1990 nog 2900 miljoen hectare tropisch oerwoud over.
.....
- 4 De FAO wijst naar de geïndustrialiseerde landen, waar de ontbossing een halt is toe geroepen. Tussen 1 januari 1980 en 1 januari 1985 is de bosoppervlakte in die landen met 5 procent toegenomen tot 2100 miljoen hectare.
.....

Een lezer van dit artikel probeert de gegeven informatie in een wiskundig model te verwerken om daarmee te kijken wat de gevolgen zullen zijn als de afname van het tropisch oerwoud op dezelfde wijze blijft voortduren.

Hij noemt $y(t)$ het oppervlak tropisch oerwoud (in miljoenen hectare) dat op tijdstip t nog aanwezig is. Hij neemt $t = 0$ op 1 januari 1980 en hij neemt t in jaren.

- 4 p 13 □ Leg uit waarom zowel een formule van de vorm $y(t) = a \cdot t + b$ als een formule van de vorm $y(t) = ag^t$ niet in overeenstemming is met de gegevens.

Eindexamen wiskunde A vwo 1993-II

De lezer kiest voor de formule $y(t) = b - ag^t$.

Uit de in de alinea's 1, 2 en 3 verstrekte gegevens leidt hij waarden af voor b , a en g .

Hij vindt: $y(t) = 3311 - 274 \cdot 1,0414^t$

- 6 p 14 Laat zien dat deze formule wel in overeenstemming is met de in de alinea's 1, 2 en 3 gegeven informatie.

Wanneer de ontbossing op dezelfde wijze blijft voortduren zal op een gegeven moment minder dan 1000 miljoen hectare tropisch oerwoud overgebleven zijn.

- 5 p 15 Bereken in welk jaar dit volgens deze formule zal gebeuren.

Het oorspronkelijke krantartikel begon met de zin: 'De tropische oerwouden verdwijnen anderhalf keer zo snel als tien jaar geleden'.

- 6 p 16 Onderzoek met behulp van differentiëren of de gekozen formule ook hiermee in overeenstemming is.

In alinea 4 wordt vermeld dat de bosoppervlakte in de geïndustrialiseerde landen in de genoemde periode 1980 - 1985 met 5% is toegenomen. Neem aan dat deze groei tot het jaar 2000 op dezelfde manier doorgaat.

- 5 p 17 Onderzoek of de bosoppervlakte in de geïndustrialiseerde landen op 1 januari 2000 al groter is dan de oppervlakte van het tropisch oerwoud, dat er dan volgens de formule van de lezer nog over is.