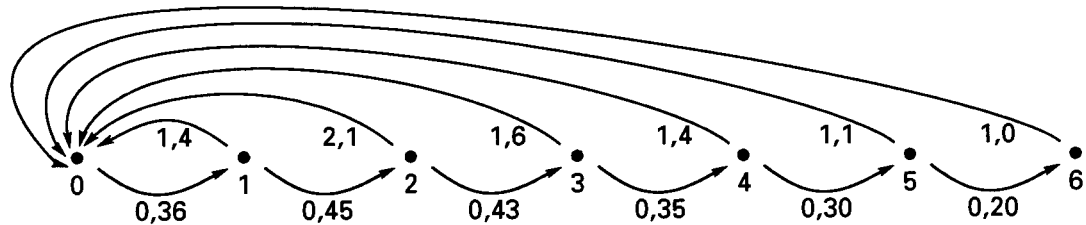


Opgave 1 Roodborstjes

Bij een uitgebreid onderzoek naar de groei van vogelpopulaties stelden Amerikaanse biologen vast dat onder bepaalde omstandigheden de groei van een populatie roodborstjes beschreven kan worden met een model dat in de graaf van figuur 1 is weergegeven.

figuur 1



Uit deze graaf kan bijvoorbeeld worden afgelezen dat 45% van de éénjarige roodborstjes de tweejarige leeftijd bereikt en dat 100 éénjarige vogels per jaar gemiddeld 140 jongen voortbrengen. Ook blijkt uit de graaf dat de vogels de leeftijd van zeven jaar niet bereiken.

- 5 p 1 □ Stel de populatievoorspellingsmatrix op die hoort bij de graaf van figuur 1.

Een populatie waarvoor de bovenstaande gegevens gelden, bestond op 1 juli 1990 (tijdstip $t = 0$) uit 2022 roodborstjes.

De verdeling over de verschillende leeftijden blijkt uit tabel 1.

tabel 1

leeftijd (in jaren)	0	1	2	3	4	5	6
aantal roodborstjes	1250	440	200	80	30	20	2

- 4 p 2 □ Onderzoek of het totale aantal roodborstjes op 1 juli 1991 ($t = 1$) volgens dit model minder dan 1% afwijkt van het totale aantal op 1 juli 1990.

Onder het *vervangingscijfer* verstaan we de verwachtingswaarde van het aantal jongen dat een roodborstje gedurende het gehele leven krijgt.

Als geen enkel roodborstje de tweejarige leeftijd zou bereiken, zou het vervangingscijfer slechts $0,36 \cdot 1,4 = 0,504$ zijn en de populatie dus snel afnemen.

- 7 p 3 □ Toon aan dat het vervangingscijfer in het door figuur 1 beschreven model ongeveer gelijk aan 1 is.

De getallen 0,36; 0,45; 0,43; ... in de graaf van figuur 1 noemt men de *overlevingskansen*; de getallen 1,4; 2,1; 1,6; ... noemt men de *vruchtbaarheidscijfers*. Uit voortgezet onderzoek bleek dat de in de graaf vermelde overlevingskansen onafhankelijk zijn van de populatieomvang, maar dat de in de graaf vermelde vruchtbaarheidscijfers slechts gelden voor een populatie die in totaal ongeveer 2000 roodborstjes telt.

Op grond van hun tellingen veronderstelden de onderzoekers dat het model als volgt bijgesteld moest worden:

voor de overgang van tijdstip t naar tijdstip $t + 1$ moeten alle vruchtbaarheidscijfers uit de graaf vermenigvuldigd worden met een factor k , die op de volgende wijze afhangt van de populatieomvang N_t op tijdstip t :

$$k = 2 - \frac{N_t}{2000}$$

- 3 p 4 □ Bereken voor welke populatieomvang deze bijstelling leidt tot een halvering van de vruchtbaarheidscijfers in vergelijking met die van het oorspronkelijke model.

Eindexamen wiskunde A vwo 1992-I

Tabel 2 is verkregen door een computer volgens het bijgestelde model de aantallen op de tijdstippen $t = 1, 2, \dots, 10$ te laten berekenen. Hierbij is uitgegaan van een populatie die op tijdstip 0 bestond uit:

1400 nuljarigen, 600 eenjarigen, 350 tweejarigen, 150 driejarigen, 80 vierjarigen, 40 vijfjarigen en 10 zesjarigen.

tabel 2

t	aantal 0-jaar	aantal 1-jaar	aantal 2-jaar	aantal 3-jaar	aantal 4-jaar	aantal 5-jaar	aantal 6-jaar	totaal
0	1400	600	350	150	80	40	10	2630
1	1357	504	270	150	52	24	8	2365
2	1325	489	227	116	53	16	5	2231
3	1277	477	220	98	41	16	3	2132
4	1274	460	215	95	34	12	3	2093
5	1249	459	207	92	33	10	2	2052
6	1250	450	206	89	32	10	2	2039
7	1239	450	202	89	31	10	2	2023
8	1239	446	203	87	31	9	2	2017
9	1234	446	201	87	30	9	2	2009
10	1234	444	201	86	30	9	2	2006

- 6 p 5 Bereken hoeveel jongen de groep van 1400 nuljarigen van tijdstip $t = 0$ volgens het bijgestelde model in hun derde levensjaar zal voortbrengen.