

Opgave 2 Pasen

Paaszondag is een christelijke feestdag waarvan de datum afhangt van de onderlinge stand van zon, aarde en maan.

Zowel in het voorjaar als in het najaar staat de zon één keer recht boven de evenaar. Deze momenten noemt men lenteëvening en herfstevening. Ze markeren het begin van de lente en de herfst. De werkelijke jaarlengte is de tijdsduur tussen twee opeenvolgende lenteëveningen, te weten 365,2422 dagen.

Eeuwenlang gold voor grote delen van Europa de Juliaanse tijdrekening. Deze was gebaseerd op een kalenderjaar van 365 dagen, waarbij aan elk vierde jaar een extra dag werd toegevoegd (schrikkeljaar). Ten opzichte van een op de werkelijke jaarlengte gebaseerde tijdrekening ging deze tijdrekening op den duur meerdere dagen verschillen.

- 6 Bereken hoe groot dit verschil ongeveer was na 900 jaar.

In 325 na Christus, toen de lenteëvening op 21 maart viel, nam de katholieke kerk voor de datumbevestiging van Paaszondag het volgende besluit:

Paaszondag is de eerste zondag na de eerste volle maan die op of na 21 maart valt.

Omdat nog eeuwenlang daarna de Juliaanse tijdrekening werd gehanteerd, schoof de paasdatum langzaam maar zeker verder het jaar in. In 1582 werd de tijdrekening door paus Gregorius aangepast. Hij kortte het jaar 1582 een aantal dagen in zodat de lenteëvening in 1583 weer met 21 maart samenviel en bepaalde dat elke vier eeuwen drie schrikkeljaren moesten worden omgezet in gewone jaren. Deze tijdrekening wordt nog steeds gebruikt.

- 7 Toon aan dat de gemiddelde lengte van een kalenderjaar hierdoor zeer goed overeenkomt met de werkelijke jaarlengte.

De tijdsduur tussen twee opeenvolgende keren volle maan is 29,5306 dagen. In een zeker jaar valt Paaszondag op 5 april. Dit komt, omdat de eerste volle maan na 21 maart in dat jaar op vrijdag 3 april valt. Een gedeelte van de kalender van het jaar daarop staat hieronder.

tabel 2

	JANUARI					FEBRUARI				MAART				APRIL				
ZONDAG	3	10	17	24	31	7	14	21	28	7	14	21	28	4	11	18	25	
Maandag	4	11	18	25	1	8	15	22	1	8	15	22	29	5	12	19	26	
Dinsdag	5	12	19	26	2	9	16	23	2	9	16	23	30	6	13	20	27	
Woensdag	6	13	20	27	3	10	17	24	3	10	17	24	31	7	14	21	28	
Donderdag	7	14	21	28	4	11	18	25	4	11	18	25	1	8	15	22	29	
Vrijdag	1	8	15	22	29	5	12	19	26	5	12	19	26	2	9	16	23	30
Zaterdag	2	9	16	23	30	6	13	20	27	6	13	20	27	3	10	17	24	

- 8 Bereken voor dat jaar de datum van Paaszondag.

De beroemde wiskundige Gauss (1777–1855) bedacht een methode om het aantal dagen (n) dat Paaszondag ná 21 maart valt, te berekenen aan de hand van het jaartal (x).

Hij gebruikte daarbij de restfunctie $r(a : b)$.

Voor alle positieve gehele getallen a en b geldt:

$r(a : b)$ is gelijk aan de rest die ontstaat als a gedeeld wordt door b .

Zo geldt bijvoorbeeld: $r(23 : 5) = 3$, want $23 = 4 \times 5 + 3$.

Evenzo $r(2000 : 19) = 5$, want $2000 = 105 \times 19 + 5$.

Eindexamen wiskunde A vwo 1991-II

De rekenmethode van Gauss leidt voor de jaren in de periode 1982–2048 tot het volgende structuurschema:

structuur-
schema

$x \leftarrow \text{invoer}$
$y_1 \leftarrow 19 \cdot r(x : 19) + 24$ $y_2 \leftarrow r(y_1 : 30)$ $y_3 \leftarrow 6 \cdot y_2$ $y_4 \leftarrow 4 \cdot r(x : 7)$ $y_5 \leftarrow 2 \cdot r(x : 4)$ $y_6 \leftarrow r((y_3 + y_4 + y_5 + 5) : 7)$ $n \leftarrow y_2 + y_6 + 1$ uitvoer n
stop

- 9 Bereken op welke datum Paaszondag in het jaar 1996 valt.

Door de wisselende Paasdata is op scholen voor voortgezet onderwijs de indeling van het schooljaar ieder jaar verschillend.

Tijdens een rectorenvergadering opperen enige rectoren het idee om de paasvakantie te ontkoppelen van de paasdatum. Dat zou een evenwichtiger verdeling van het schooljaar mogelijk maken. Nogal wat aanwezigen blijken het een geweldig idee te vinden.

Om te onderzoeken of dit idee ook aanslaat bij de docenten in het voortgezet onderwijs, besluiten de rectoren uit deze groep docenten een aselecte steekproef te trekken van 100 personen en deze personen te vragen wat ze van het idee vinden.

Alleen als uit het onderzoek overtuigend blijkt dat meer dan 75% van de docenten in het voortgezet onderwijs het een goed idee vindt, zullen ze het idee uitwerken. Daarbij hanteren ze een significantieniveau van 5%.

- 10 Bereken hoeveel van de 100 docenten in de steekproef het een goed idee zullen moeten vinden, opdat de rectoren hun idee verder zullen uitwerken.