

Octopus Paul

In 2010 werd octopus Paul wereldberoemd omdat zijn 'voorspellingen' over de afloop van de wedstrijden van Duitsland tijdens het wereldkampioenschap voetbal in dat jaar allemaal bleken uit te komen. Bij deze voorspellingen moest Paul telkens kiezen uit twee bakken met een mossel.

Op de ene bak stond de vlag van Duitsland, op de andere bak de vlag van de tegenstander. Het land van de bak waaruit Paul de mossel opat, zou de wedstrijd gaan winnen. We gaan ervan uit dat er geen wedstrijden in een gelijkspel eindigen.

Later heeft Paul ook een correcte voorspelling gedaan voor de finale, waarin Spanje Nederland versloeg.

Als je ervan uitgaat dat Paul willekeurig een bak kiest, is de kans dat hij een uitslag correct voorspelt natuurlijk 0,5.

Bij het Europees Kampioenschap van 2008 heeft Paul ook al de uitslagen van verschillende wedstrijden voorspeld. In 2008 wist hij vier van de zes keer een correcte voorspelling te geven. Omdat dit aantal groter is dan het verwachte aantal juiste voorspellingen, kan het vermoeden ontstaan dat Paul over voorspellende gaven beschikt.

- 5p **4** Bereken met een significantieniveau van 10% of het aantal juiste voorspellingen van Paul aanleiding geeft om te zeggen dat hij in 2008 al over voorspellende gaven beschikte.

Naast Paul waren er in 2010 nog meer dieren die voorspellingen deden, zoals de parkiet Mani uit Singapore. Als er maar genoeg dieren voorspellingen doen, dan is de kans dat er één tussen zit die alles goed voorspelt helemaal niet zo klein.

Stel dat 20 dieren een voorspelling doen voor 8 wedstrijden waarbij ze per wedstrijd allemaal een kans van 0,5 hebben dat hun voorspelling juist blijkt te zijn.

- 6p **5** Bereken de kans dat ten minste één dier alle wedstrijden juist voorspelt.

Engelse sportstatistici hebben zich voor het toernooi van 2010 ook aan voorspellingen gewaagd. Zij keken voor de deelnemende landen naar het bruto binnenlands product per hoofd van de bevolking (bbp), de bevolkingsomvang (pop) en de wedstrijdervaring (erv). Dat leverde de volgende formule op:

$$GD(A, B) = 0,316 \cdot \log\left(\frac{pop(A)}{pop(B)}\right) + 0,334 \cdot \log\left(\frac{bbp(A)}{bbp(B)}\right) + 1,702 \cdot \log\left(\frac{erv(A)}{erv(B)}\right)$$

Hierbij is $GD(A, B)$ het aantal doelpunten dat land A naar verwachting meer zal scoren dan land B als zij tegen elkaar spelen. Dat aantal hoeft geen geheel getal te zijn en kan ook negatief zijn. Voor wedstrijdervaring koos men het aantal deelnames aan wereldkampioenschappen vóór dat van 2010.

Voor Italië en Engeland zijn bbp en pop nagenoeg even groot, zodat alleen de wedstrijdervaring het verschil bepaalt. Vóór 2010 deed Italië 16 keer mee aan een wereldkampioenschap, Engeland 12 keer.

- 4p **6** Bereken met behulp van de formule het voorspelde aantal doelpunten dat Italië méér maakt als het tegen Engeland zou spelen. Rond het antwoord af op twee decimalen.

Logischerwijs moet de uitkomst van de formule tegengesteld worden als je de landen verwisselt. Er zou dus voor elk tweetal landen A en B moeten gelden: $GD(A, B) = -GD(B, A)$.

- 3p **7** Toon de juistheid hiervan aan met behulp van de rekenregels voor logaritmen.

Volgens de formule wint Nederland niet van Brazilië omdat $GD(Ned, Bra) = -0,67$.

De waarde $-0,67$ valt eigenlijk nog wel mee. Brazilië heeft veel meer inwoners dan Nederland: 185,7 miljoen tegenover 16,6 miljoen. Ook nam Brazilië vóór 2010 vaker deel: 18 keer en Nederland maar 8 keer. Blijkbaar is het bbp van Nederland veel groter dan dat van Brazilië.

- 5p **8** Bereken hoeveel keer zo groot het bbp van Nederland is als het bbp van Brazilië.