VWO wiskunde A 2013-I

Vraag	Antwoord	Scores

Lichaamsoppervlak

1 maximumscore 3

- Voor het aandeel van armen en handen geldt $\frac{21,0-18,15}{18,15}\cdot 100\% \approx 15,7\%$ — 1
- Voor het aandeel van benen en voeten geldt $\frac{38,8-31,65}{31,65}\cdot 100\% \approx 22,6\%$ — 1
- Dus het aandeel van de lichaamsoppervlakte van benen en voeten is relatief het meest toegenomen — 1

2 maximumscore 4

- Er moet gelden $\mathrm{P}(gewicht \leq 39,3 \mid \mu = 44,8 \text{ en } \sigma = ?) = 0,25$ — 1
- Beschrijven hoe deze waarde van σ (bijvoorbeeld met de GR) berekend kan worden — 2
- De standaardafwijking is 8,2 kg — 1

3 **maximumscore 3**

- $S'_{\text{Dubois}} = 0{,}129109 \cdot M^{-0{,}575}$ 1
- $S'_{\text{Dubois}}(66) = 0{,}129109 \cdot (66)^{-0{,}575} \approx 0{,}0116$ (m^2/kg) 1
- De lichaamsoppervlakte groeit bij een gewicht van 66 kg (en een lengte van 1,75 m) met een snelheid van 0,0116 m^2 per kg gewichtstoename 1

Opmerking
Als een kandidaat het laatste deel van deze vraag beantwoord heeft zonder de afgeleide bepaald te hebben, maximaal 1 scorepunt voor deze vraag toekennen.

4 **maximumscore 3**

- $S_{\text{Mosteller}} (= \sqrt{\frac{1}{3600} \cdot L \cdot M}) = \sqrt{\frac{1}{3600}} \cdot \sqrt{L \cdot M}$ 1
- $S_{\text{Mosteller}} = \frac{1}{60} \cdot \sqrt{L} \cdot \sqrt{M}$ (of $S_{\text{Mosteller}} = 0{,}02 \cdot \sqrt{L} \cdot \sqrt{M}$ (of c nauwkeuriger)) 1
- $S_{\text{Mosteller}} = \frac{1}{60} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}$ (of, bijvoorbeeld $S_{\text{Mosteller}} = 0{,}02 \cdot L^{0{,}5} \cdot M^{0{,}5}$) (of c nauwkeuriger) 1

Opmerking
Als een kandidaat de formule $S = 0{,}02 \cdot L^{0{,}5} \cdot M^{0{,}5}$ of $S = \frac{1}{60} \cdot L^{0{,}5} \cdot M^{0{,}5}$ noteert zonder verdere toelichting, dan 2 scorepunten toekennen voor deze vraag.

Beleggen in aandelen

5 **maximumscore 4**

- De groeifactor over het hele jaar is ongeveer 1,335 1
- De groeifactor per maand is $1{,}335^{\frac{1}{12}}$ 1
- De groeifactor per maand is ongeveer 1,0244 1
- Het eenmaandsrendement is 2,44% 1

of

- Een eenmaandsrendement van 2,44% komt overeen met een groeifactor van 1,0244 per maand 1
- De groeifactor per jaar is dan $1{,}0244^{12}$ 1
- De groeifactor per jaar is 1,335 (of nauwkeuriger) 1
- $€\,22{,}25 \cdot 1{,}335 = €\,29{,}70$ (dus het eenmaandsrendement van ongeveer 2,44% komt overeen met de gegevens) 1

6 maximumscore 3

- Beschrijven hoe gemiddelde en standaardafwijking met de GR gevonden kunnen worden — 1
- Het gemiddelde is 2,64(%) — 1
- De standaardafwijking is 6,38(%) — 1

7 maximumscore 3

- $0,016 \cdot 820 + 0,011 \cdot 1180 = 26,1$ (euro) — 1
- $\frac{26,1}{2000} = 0,01305$ — 1
- Het antwoord: 1,31(%) — 1

8 maximumscore 4

- $\sigma_{A+B} = \sqrt{\alpha^2 \cdot 4,1^2 + (1-\alpha)^2 \cdot 5,8^2}$ — 1
- $\sigma_{A+B} = \sqrt{16,81\alpha^2 + 33,64 \cdot (1 - 2\alpha + \alpha^2)}$ — 1
- $\sigma_{A+B} = \sqrt{16,81\alpha^2 + 33,64 - 67,28\alpha + 33,64\alpha^2}$ — 1
- $\sigma_{A+B} = \sqrt{50,45\alpha^2 - 67,28\alpha + 33,64}$ — 1

9 maximumscore 4

- De minimale standaardafwijking wordt gevonden bij $\alpha = 0,35$ en $\beta = 0,15$ — 1
- Dus 35% aandelen A, 15% B en 50% C — 1
- Het verwachte eenmaandsrendement van de portefeuille is $0,35 \cdot 1,6 + 0,15 \cdot 1,1 + 0,5 \cdot 0,9$ — 1
- Dus het verwachte eenmaandsrendement is 1,18(%) — 1

Dialecten vergelijken

10 maximumscore 4

Het uitschrijven van de 4 mogelijkheden:

	Lunteren	Dialect X			
zich	+	+	+	+	+
hem	–	–	+	+	+
z'n eigen	+	–	+	–	–
zichzelf	–	+	+	–	+
hemzelf	–	+	+	+	–

Opmerkingen

– *Voor elke fout in de tabel, 1 scorepunt in mindering brengen.*

– *Als een kandidaat de tabel niet heeft ingevuld maar wel heeft opgemerkt dat dialect X ook gebruikmaakt van het woord "zich" en dus bij 3 van de andere 4 kenmerken moet verschillen met Lunteren, hiervoor 1 scorepunt toekennen.*

11 maximumscore 3

- De tabel is in totaal 267 bij 267 en op de 267 plaatsen op de diagonaal staat geen Hammingafstand 1
- Het totaal aantal verschillende Hammingafstanden in de tabel is $\frac{267^2 - 267}{2}$ 1
- Het antwoord: 35 511 1

of

- Het vergelijken van elk van de 267 dialecten met een ander dialect levert $267 \cdot 266$ mogelijkheden op 1
- Er is maar één Hammingafstand tussen twee dialecten dus het totaal aantal Hammingafstanden is $\frac{267 \cdot 266}{2}$ 1
- Het antwoord: 35 511 1

of

- Het aantal verschillende Hammingafstanden is gelijk aan het aantal verschillende tweetallen dat je kunt maken met 267 dialecten 1
- Dit aantal is gelijk aan $\binom{267}{2}$ 1
- Het antwoord: 35 511 1

12 maximumscore 5

- $\frac{145-55}{400-10} \approx 0,23$ (of nauwkeuriger) 1
- Een vergelijking van de lijn, bijvoorbeeld $H = 0,23x + 53$ 1
- $0,23x + 53 = -45,88 + 66,44\log(x)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden 1
- Het antwoord: bij 44 km en bij 275 km 1

Opmerking
Als door tussentijds afronden andere antwoorden in gehele kilometers gevonden worden, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

13 maximumscore 3

- Met een van de logaritmerekenregels volgt: $\log(2x) = \log(2) + \log(x)$ 1
- Dit leidt tot:
  $-45,88 + 66,44(\log(2) + \log(x)) = -45,88 + 66,44\log(2) + 66,44\log(x)$ 1
- Dus $-45,88 + 66,44\log(2x) \approx -45,88 + 66,44\log(x) + 20$ 1

Voetbalplaatjes

14 maximumscore 4

- De kans op een plaatje dat Jeroen al heeft, is $\frac{262}{270}$ 1
- De gevraagde kans is gelijk aan 1 − P(10 keer plaatje dat hij al heeft) 1
- 1 − P(10 keer plaatje dat hij al heeft) = $1-\left(\frac{262}{270}\right)^{10}$ 1
- Het antwoord: 0,26 (of nauwkeuriger) (of 26%) 1

15 maximumscore 6

- De hypothese H_0: $p = \frac{1}{270}$ moet getoetst worden tegen H_1: $p < \frac{1}{270}$ 1
- X = aantal kaartjes van Klaas-Jan Huntelaar, X is binomiaal verdeeld met n = 1240 en $p = \frac{1}{270}$, uitgaande van H_0 1
- De bijbehorende overschrijdingskans is $P(X \leq 1 \mid n = 1240 \text{ en } p = \frac{1}{270})$ 1
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- Deze kans is 0,06 (of nauwkeuriger) 1
- $0,06 > 0,05$ dus er is geen reden om aan te nemen dat er van Huntelaar minder plaatjes in omloop zijn 1

16 maximumscore 3

- Voor de 10 veldspelers zijn er $22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13$ mogelijkheden — 1
- In totaal zijn er $3 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13$ mogelijkheden — 1
- Het antwoord: $7 \cdot 10^{12}$ (of nauwkeuriger) mogelijke opstellingen — 1

Opmerking
Voor een antwoord op basis van $\binom{22}{10}$ *als aantal mogelijkheden voor 10 veldspelers, ten hoogste 1 scorepunt toekennen.*

17 maximumscore 4

- Een toelichting, bijvoorbeeld het berekenen van de totale waarde van de overige opstellingen: — 3

aanval	verdediging	waarde
A en C	B en D	$5+7+7+6=25$
A en D	B en C	$5+4+7+8=24$
B en C	A en D	$4+7+8+6=25$
B en D	A en C	$4+4+8+8=24$
C en D	A en B	$7+4+8+7=26$

- C en D in de aanval en A en B in de verdediging is de beste opstelling — 1

Zevenkamp

18 maximumscore 3

- De vergelijking $1172 = 9{,}23076 \cdot (26{,}7 - X)^{1{,}835}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking (bijvoorbeeld met de GR) opgelost kan worden — 1
- Het antwoord: 12,69 seconden — 1

19 maximumscore 5

- De bovengrens bij de 100 m horden hoort bij 0 seconden — 1
- Die bovengrens is 3827 punten — 1
- $P_{\text{ver}} = 0{,}188807 \cdot (X - 210)^{1{,}41}$ — 1
- Beschrijven hoe $P_{\text{ver}} = 3827$ (bijvoorbeeld met de GR) opgelost kan worden — 1
- Het antwoord: 13,44 meter (of nauwkeuriger) — 1

Opmerking
Als wordt gerekend met de bovengrens van 1172 punten, dan maximaal 3 scorepunten toekennen.

20 maximumscore 6

- $P_{200\,\text{m}} = 4{,}99087 \cdot (42{,}5 - X)^{1{,}81}$ 1
- Het bepalen van de afgeleide $P'_{200\,\text{m}} = -9{,}0334747 \cdot (42{,}5 - X)^{0{,}81}$ 2
- Een schets van de afgeleide op het interval [0; 42,5] 1
- $P'_{200\,\text{m}}$ is op het hele interval negatief en stijgend 1
- $P_{200\,\text{m}}$ is afnemend dalend 1

21 maximumscore 6

- P(ten minste 800 punten) = P(in 3 keer ten minste 1 keer minimaal 46,87 meter) 1
- P(ten minste 800 punten) = 1 – P(3 keer minder dan 46,87) 1
- P(ten minste 800 punten) = 1 – (P(1 keer minder dan 46,87))^3 1
- Beschrijven hoe P(1 keer minder dan 46,87) met de normale verdeling met $\mu = 40{,}9$ en $\sigma = 3{,}0$ berekend kan worden 1
- $\text{P}\left(1 \text{ keer minder dan } 46{,}87\right) \approx 0{,}9767$ 1
- Het antwoord: $(1 - 0{,}9767^3 \approx) 0{,}07$ (of nauwkeuriger) (of 7%) 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.

6 Bronvermeldingen

figuur 1 (blz 12) voetbalplaatje AH
figuur 2 (blz 13) voetbalplaatjes AH