

## Veel zalm

De bioloog W. Ricker heeft veel onderzoek gedaan naar zalm in Canadese rivieren. Jaarlijkse tellingen hebben uitgewezen dat de omvang van de zalmpopulatie sterk fluctueert. Zo komt het voor dat de omvang van de populatie na een jaar meer dan verdubbeld is. Weer een jaar later is de omvang dan weer meer dan gehalveerd. Ricker ontwikkelde rond 1955 een model dat goed bruikbaar is om dit verschijnsel te beschrijven. In deze opgave bestuderen we het model:

$$P(t+1) = 9 \cdot P(t) \cdot 0,99^{P(t)} \text{ met beginwaarde } P(0)$$

In deze recursievergelijking is  $t$  het aantal jaren na 1984 (het tijdstip  $t = 0$  komt dus overeen met 1 januari 1984) en is  $P(t)$  het aantal zalmen in duizendtallen aan het begin van het betreffende jaar.

We nemen  $P(0) = 25$ .

- 4p **17**  Bereken met hoeveel procent de omvang van de zalmpopulatie volgens dit model is gedaald tussen begin 1986 en begin 1987.

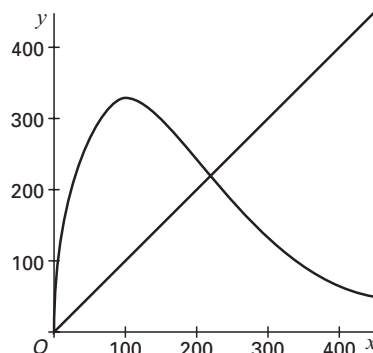
In figuur 4 is de grafiek getekend van  $y = 9x \cdot 0,99^x$ .

Ook is de grafiek van  $y = x$  getekend. Deze figuur is eveneens, vergroot, op de uitwerkbijlage afgebeeld.

In de grafiek kun je zien dat het model twee evenwichtswaarden heeft. Eén ervan is  $P(t) = 0$ .

- 3p **18**  Bereken de tweede evenwichtswaarde.

figuur 4



Als we voor de beginwaarde de evenwichtswaarde kiezen dan zal de rij  $P(0), P(1), P(2), \dots$  steeds dezelfde (evenwichts)waarde hebben.

Een evenwichtswaarde noemen we *stabiel* als bij keuzes van de beginwaarde in de buurt van de evenwichtswaarde geldt: de rij  $P(0), P(1), P(2), \dots$  nadert tot die evenwichtswaarde.

- 5p **19**  Onderzoek met een webgrafiek in de figuur op de uitwerkbijlage of de tweede evenwichtswaarde van het model stabiel is.

De ontwikkeling van de populatie volgens dit model hangt af van de beginwaarde  $P(0)$ . Het is mogelijk deze beginwaarde zo te kiezen dat de populatie al direct het volgende jaar zijn maximale omvang bereikt.

- 3p **20**  Bereken bij welke beginwaarde dit het geval is.

Als we weer uitgaan van 25 duizend zalmen (dus  $P(0) = 25$ ), zal het aantal zalmen een jaar later 175 duizend zijn (dus  $P(1) = 175$ ). Wanneer men in de volgende jaren telkens in het begin van het jaar 150 duizend zalmen vangt, zal zich telkens dezelfde situatie voordoen: het model geeft 25 duizend zalmen aan het begin van het jaar en 175 duizend zalmen aan het eind van het jaar. We zeggen daarom dat de beginwaarde  $P(0) = 25$  ruimte biedt om elk jaar 150 duizend zalmen te vangen want  $P(1) = P(0) + 150$ .

Er is nog een beginwaarde die ruimte biedt om elk jaar 150 duizend zalmen te vangen.

- 4p **21**  Onderzoek welke andere waarde van  $P(0)$  eveneens ruimte biedt om elk jaar 150 duizend zalmen te vangen.

**Uitwerkbijlage bij vraag 19**

**Vraag 19**

