

Pareto-krommen

In een fabriek worden printplaatjes voor mobiele telefoons geproduceerd. Alle printplaatjes worden gecontroleerd voordat ze de fabriek verlaten. Afgekeurde printplaatjes worden vernietigd. Bij de controle is een maand lang genoteerd wat de oorzaak is van het afkeuren, zie tabel 4. We gaan ervan uit dat andere maanden hetzelfde beeld vertonen.

In principe zijn al deze oorzaken te verhelpen door verbeteringen in het productieproces. Dat brengt wel de nodige kosten met zich mee. In tabel 4 is bij elke oorzaak aangegeven wat de maandelijkse kosten zijn om deze oorzaak te verhelpen.

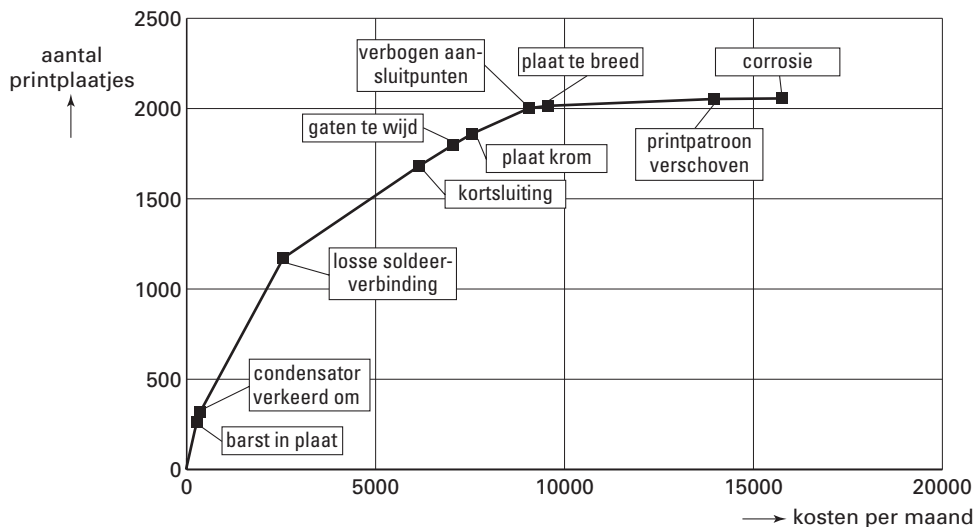
tabel 4

Onderzoek van afgekeurde printplaatjes gedurende de maand mei

oorzaak	aantal afgekeurde printplaatjes	kosten in euro per maand om oorzaak te verhelpen
losse soldeerverbinding	852	2200
kortsluiting	511	3600
barst in plaat	295	300
verbogen aansluitpunten	141	1500
gaten te breed	117	900
plaat krom	61	500
printpatroon verschoven	38	4400
condensator verkeerd om	25	60
plaat te breed	13	500
corrosie	3	1800
totaal	2056	15 760

Door 15 760 euro per maand te investeren zou men alle 2056 afkeuringen kunnen voorkomen. Wanneer men slechts een deel van dit bedrag wil investeren, is het verstandig te beginnen met de oorzaak waarbij de vermindering van het aantal afkeuringen per geïnvesteerde euro het grootst is, vervolgens de oorzaak waarbij de vermindering van het aantal afkeuringen per geïnvesteerde euro het op één na grootst is, enzovoorts. In figuur 2 zijn de oorzaken op deze wijze geordend. Langs de horizontale as staan de cumulatieve kosten per maand om de oorzaken te verhelpen, langs de verticale as staat de cumulatieve vermindering van het aantal afkeuringen. Een dergelijke kromme heet een *Pareto-kromme*.

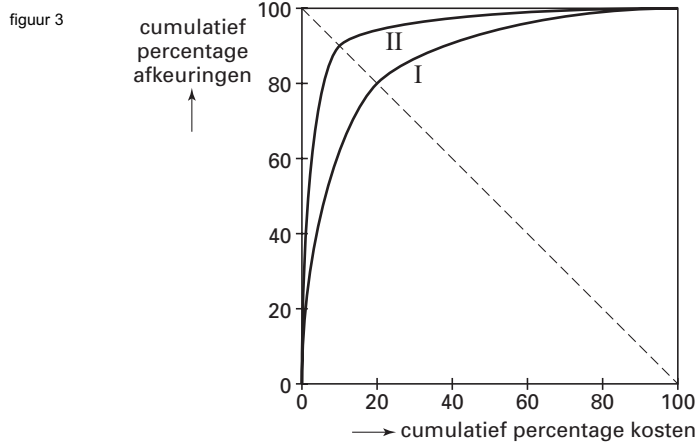
figuur 2



- 5p 13 □ Toon aan dat de volgorde van de oorzaken 'kortsluiting' en 'gaten te breed' in figuur 2 in overeenstemming is met de gegevens in tabel 4.

Eindexamen wiskunde A1-2 vwo 2005-I

Om Pareto-krommen bij verschillende productieprocessen te kunnen vergelijken, noteren we de kosten op de horizontale as als percentage van de totale kosten om alle afkeuringsoorzaken te verhelpen. En de aantallen afkeuringen op de verticale as noteren we als percentage van het totale aantal afkeuringen. In figuur 3 zijn enkele van zulke krommen getekend. Deze figuur staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.



Kromme I gaat door het punt (20, 80). Dat betekent dat met 20% van de totale benodigde kosten 80% van de afkeuringen te voorkomen is. Deze kromme heet een (20, 80)-kromme. Kromme II is een (10, 90)-kromme.

Elke Pareto-kromme is op deze wijze aan te duiden als (a, b) -kromme met $a + b = 100$.

4p **14** Schets in de figuur op de uitwerkbijlage een (40, 60)-kromme.

In figuur 2 zijn geen percentages gebruikt. Toch kunnen we ook de grafiek in figuur 2 als (a, b) -kromme aanduiden, met $a + b = 100$. Figuur 2 staat ook op de uitwerkbijlage.

4p **15** Welke aanduiding hoort bij de Pareto-kromme in figuur 2? Licht je antwoord toe.

Bij de volgende vraag kijken we niet meer naar percentages, maar naar kosten in euro. Bij een bepaald productieproces heeft men voor de bijbehorende Pareto-kromme het volgende wiskundige model gemaakt:

$$B = 2500 \cdot K^{0,2}$$

Hierbij stelt K de cumulatieve kosten in euro voor om de verschillende afkeuringsoorzaken te verhelpen, en B de cumulatieve besparing in euro door de bijbehorende vermindering van het aantal afkeuringen.

Met dit model is te berekenen dat een investering van bijvoorbeeld 600 euro in het verhelpen van mankementen een besparing oplevert van bijna 9000 euro. Maar als er 800 euro wordt geïnvesteerd, is de besparing ruim 9500 euro. De keuze $K = 800$ is dus voor het bedrijf gunstiger dan de keuze $K = 600$. De extra besparing van 500 euro is namelijk groter dan de extra investering van 200 euro. Het is dus heel verstandig om die extra investering te doen.

Een verhoging van de investering van bijvoorbeeld 3000 naar 3300 euro levert echter een extra besparing op van minder dan 300 euro. Het is dan dus niet meer verstandig die extra investering te doen.

De beste keuze van K in dit verband is daar waar het verschil tussen de besparing en de investering het grootst is. Deze waarde van K kan worden gevonden met behulp van het opstellen van de afgeleide van $B - K$.

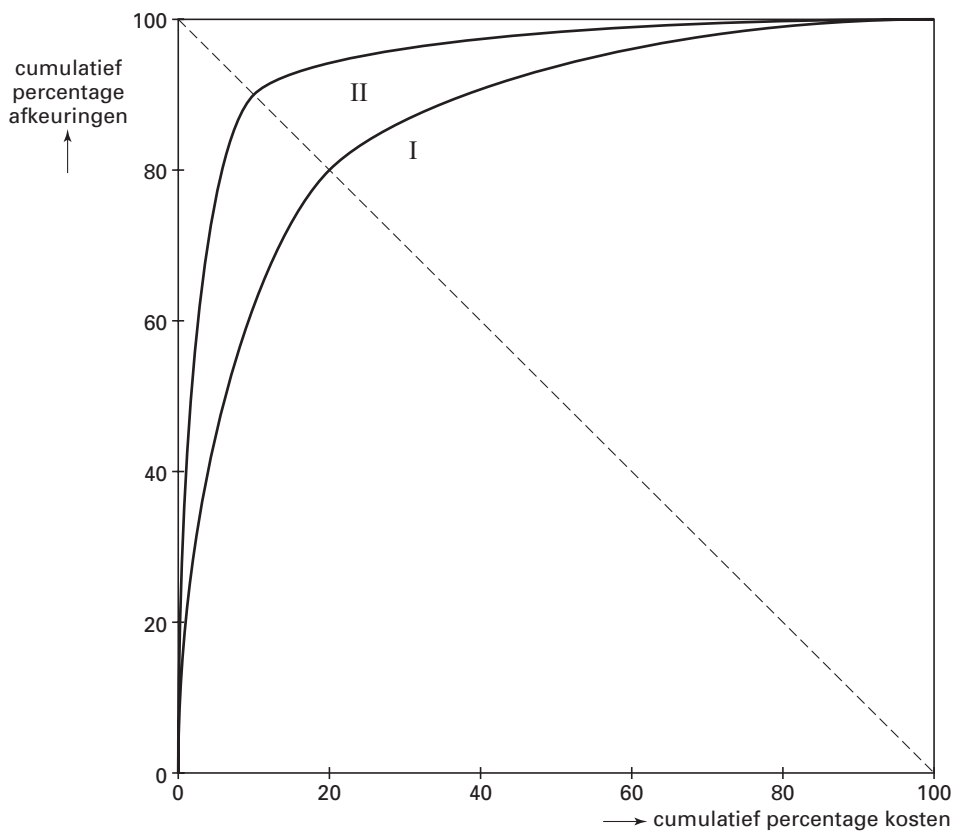
5p **16** Stel deze afgeleide op en bereken daarmee welke keuze van K de beste is.

Uitwerkbijlage bij vraag 14

wiskunde A1,2

.....
.....

Vraag 14



Uitwerkbijlage bij vraag 15

Vraag 15

