

Vierkeuzevragen

Bij vierkeuzevragen staan bij elke vraag vier mogelijke antwoorden: A , B , C en D . Slechts één daarvan is juist. Een kandidaat kan één van de vier antwoorden kiezen of de vraag onbeantwoord laten. Bij keuze van het juiste antwoord wordt 1 punt toegekend, in alle andere gevallen 0 punten. Als een kandidaat absoluut niet weet welk antwoord juist is en welke antwoorden onjuist zijn, doet hij er daarom verstandig aan om toch een antwoord te kiezen. Dit leidt tot gokgedrag.

Daarom is ook wel eens geopperd om bij een onjuist antwoord strafpunten te geven. Een kandidaat heeft dan twee keuzes: niets invullen levert 0 punten op; wel iets invullen levert 1 punt op bij een juist antwoord en $-0,5$ punt ($0,5$ strafpunt) bij een onjuist antwoord.

- ^{3p} 17 Bereken de verwachtingswaarde van de score *per vraag* bij dit strafpuntensysteem als een kandidaat gokt.

Subjectieve kansen

We kijken nu naar een andere manier van toetsen met vierkeuzevragen. Hierbij hoeft de kandidaat niet meer één antwoord te kiezen. In plaats daarvan vraagt men de kandidaat achter elk van de vier mogelijke antwoorden A , B , C en D de *subjectieve* kans op te schrijven.

Een kandidaat die bijvoorbeeld noteert $p_A = 0,2$; $p_B = 0,8$; $p_C = 0$; $p_D = 0$ geeft daarmee aan dat hij er vrij zeker van is dat B juist is, maar dat A ook nog zou kunnen, en dat C en D volgens hem zeker fout zijn.

De opgeschreven getallen p_A , p_B , p_C en p_D mogen natuurlijk niet negatief zijn en moeten bij elkaar opgeteld 1 zijn.

Bij iedere vraag wordt een *score* berekend die aangeeft 'hoe dicht je bij het juiste antwoord zit'.

Als bijvoorbeeld C het juiste antwoord is, dan wordt de score berekend met de volgende formule:

$$score = 1 - \left(p_A^2 + p_B^2 + (1 - p_C)^2 + p_D^2 \right)$$

Voor de gevallen waarbij A , B of D het juiste antwoord is, gelden soortgelijke formules. De maximale score is 1 en de minimale score is -1 .

Bij een bepaalde vraag is het juiste antwoord B . Een kandidaat die niet helemaal zeker van zijn zaak is, noteert bij deze vraag als subjectieve kansen:

$$p_A = 0,2; p_B = 0,7; p_C = 0; p_D = 0,1$$

- ^{4p} 18 Bereken de score voor deze kandidaat bij deze vraag.

Stel dat bij een andere vraag C het juiste antwoord is. Een kandidaat haalt bij deze vraag de minimale score.

- ^{3p} 19 Welke subjectieve kansen kan de kandidaat opgeschreven hebben achter de antwoorden A , B , C en D ? Vermeld alle mogelijkheden.

Eindexamen wiskunde A1-2 vwo 2004-I

Een kandidaat moet een vraag beantwoorden maar heeft geen idee welk antwoord juist is en welke antwoorden onjuist zijn. Er zijn heel veel mogelijkheden voor de kandidaat om die vraag te beantwoorden:

• *Mogelijkheid I:*

De kandidaat zou kunnen gokken op een antwoord door daar 1 achter te schrijven (en dus 0 achter de andere antwoorden). Het antwoord waarbij de kandidaat 1 heeft gezet, kan goed zijn. Dan is de score 1. Als het niet goed is, is de score -1 . De verwachte score is dan:

$$\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot (-1) = -0,50.$$

• *Mogelijkheid II:*

Hij kan ook op twee antwoorden gokken door achter ieder van die twee antwoorden $\frac{1}{2}$ te schrijven.

• *Mogelijkheid III:*

Hij kan ook op drie antwoorden gokken door achter ieder van die drie antwoorden $\frac{1}{3}$ te schrijven.

• *Mogelijkheid IV:*

En tenslotte kan hij ook op alle vier de antwoorden gokken door achter alle antwoorden $\frac{1}{4}$ te schrijven. Deze laatste mogelijkheid levert hem een score van 0,25 op.

Er zijn nog veel meer mogelijkheden om de vraag te beantwoorden. We kijken echter alleen naar de bovengenoemde vier mogelijkheden.

De score bij mogelijkheid IV is hoger dan de verwachte score bij mogelijkheid I.

Mogelijkheid IV is daarmee een 'verstandiger' strategie dan mogelijkheid I.

7p **20** Onderzoek welk van de mogelijkheden II, III en IV de meest verstandige strategie is.

We vergelijken de antwoorden van twee personen op een vierkeuzevraag.

Tim snapt niets van de vraag en besluit bij ieder antwoord 0,25 in te vullen.

Tom weet zeker dat de antwoorden B en D onjuist zijn.

Zijn antwoord op deze vraag zal van de vorm zijn:

antwoord	subjectieve kans
A	a
B	0
C	$1 - a$
D	0

Hierbij is a een getal tussen 0 en 1 (eventueel 0 of 1).

Stel dat antwoord C juist is. Of Tom bij deze vraag een hogere score haalt dan Tim hangt af van de gekozen waarde van a .

4p **21** Bereken voor welke waarden van a geldt dat Tom bij deze vraag een hogere score haalt dan Tim.