

## Opgave 2 Wijnvoorraad

Een wijnboer heeft op 1 januari 2001 een wijngaard gekocht die goed is voor een jaarproductie van 400 hl wijn (1 hl = 1 hectoliter = 100 liter).

De wijnboer wil kwaliteitswijn produceren die lang houdbaar is. Na de oogst wordt de nieuwe wijn twee jaar lang in eikenhouten vaten bewaard om te rijpen. Na die twee jaar wordt de wijn gebotteld (in flessen gedaan). In de flessen rijpt de wijn nog verder, waardoor de verkoopwaarde van de wijn toeneemt.

Als de wijnboer elk jaar direct al zijn gebottelde wijn verkoopt, dan kan hij niet van deze waardevermeerdering profiteren. Maar als hij al zijn gebottelde wijn opslaat in zijn wijnkelders, dan raken deze snel vol en heeft de wijnboer voorlopig geen inkomsten.

De wijnboer besluit om jaarlijks een vast percentage van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen. Hij verkoopt de wijn altijd aan het eind van het jaar nadat de gebottelde wijn aan de voorraad is toegevoegd.

Als de wijnboer er bijvoorbeeld voor kiest om elk jaar 25% van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen, dan ontwikkelt die voorraad zich de eerste jaren als in tabel 2.

tabel 2

### Voorraad bij verkoop van 25% van de gebottelde wijn per jaar

	1 januari 2001	1 januari 2002	1 januari 2003	1 januari 2004	1 januari 2005	1 januari 2006
Nieuwe wijn (hl)	0	400	400	400	400	400
Eenjarige wijn (hl)	0	0	400	400	400	400
Gebottelde wijn (hl)	0	0	0	300	525	693,75

- 3p 4  Bereken de totale voorraad gebottelde wijn op 1 januari 2007 als de wijnboer jaarlijks 25% van al zijn flessen wijn verkoopt. Geef je antwoord in liters nauwkeurig.

Ook voor de rest van de opgave bekijken we de voorraad van de wijnboer alleen maar op 1 januari van ieder jaar.

Bij een ander percentage ontwikkelt de totale voorraad gebottelde wijn zich natuurlijk anders. Het vaste percentage van de gebottelde wijn dat de wijnboer jaarlijks verkoopt, noemen we  $p$ . De tijd in jaren noemen we  $t$ . Hierbij nemen we  $t = 0$  op 1 januari 2001. De totale voorraad gebottelde wijn (in hl) op tijdstip  $t$  noemen we  $G_t$ .

Gedurende de eerste paar jaren is  $G_t$  gelijk aan 0:  $G_0 = 0$ ,  $G_1 = 0$  en  $G_2 = 0$ .

En verder geldt de volgende formule:

$$G_t = \left(1 - \frac{p}{100}\right)G_{t-1} + 400 - 4p \text{ voor } t \geq 3$$

De totale voorraad gebottelde wijn groeit in de loop van de tijd naar een

evenwichtswaarde. Deze evenwichtswaarde hangt af van de gekozen waarde van  $p$ .

Voor het verband tussen  $p$  en de evenwichtswaarde (in hl) geldt de volgende formule:

$$\text{evenwichtswaarde} = \frac{40000}{p} - 400$$

Deze formule voor de evenwichtswaarde is uit bovenstaande formule voor  $G_t$  af te leiden.

- 5p 5  Leid bovenstaande formule voor de evenwichtswaarde af.

In de wijnkelders van de wijnboer kunnen slechts 280 000 flessen wijn worden opgeslagen. In een fles zit 0,75 liter wijn.

- 5p **6**  Bereken bij welke waarden van  $p$  de wijnkelders op den duur niet voldoende capaciteit hebben.

De wijnboer besluit om jaarlijks 10% van zijn totale voorraad gebottelde wijn te verkopen. Door een verbouwing kan hij nu 2400 hl gebottelde wijn in zijn kelders opslaan.

- 6p **7**  Onderzoek met behulp van de hierboven vermelde formule voor  $G_t$  en het gegeven dat  $G_2 = 0$  in welk jaar de capaciteit van de wijnkelders voor het eerst niet meer voldoende is.