

## Aandelen

---

Grote bedrijven zoals Philips, KPN en Unilever zijn niet het eigendom van één persoon. In principe kan iedereen een of meer **aandelen** van het bedrijf kopen; alle eigenaars van aandelen bezitten samen het bedrijf. Door veranderingen op de markt, in de politiek en in de economie varieert de prijs van zo'n aandeel nogal.

### Een eenvoudig voorspellingsmodel

Wiskundigen proberen waarschijnlijkheidsmodellen op te stellen voor de toekomstige prijsontwikkeling van een aandeel. In het begin van deze opgave kijken we naar zo'n (sterk vereenvoudigd) model.

In de huidige '24-uurs-economie' staat de handel in aandelen nooit stil. Het is in het model niet goed mogelijk de prijs van moment tot moment bij te houden. We bekijken daarom de veranderingen in prijs per dag. Het model gaat ervan uit dat de **prijsveranderingen** per dag normaal verdeeld zijn met gemiddelde 0 en een standaardafwijking die per bedrijf kan verschillen. In de economie wordt die standaardafwijking de **volatiliteit** van een aandeel genoemd.

De prijzen en de prijsveranderingen per dag worden onafgerond weergegeven.

Meneer Kok koopt aandelen Forpins voor €30,00 per aandeel. De volatiliteit van een aandeel Forpins is €0,119.

Binnen het model gaat men er gemakshalve van uit dat de prijsverandering op de ene dag onafhankelijk is van de prijsverandering op een andere dag.

We onderzoeken de totale verandering van de prijs van een aandeel Forpins na zeven dagen. Hiertoe moeten de prijsveranderingen van de zeven afzonderlijke dagen bij elkaar worden opgeteld.

- 4p **15** Laat zien dat de standaardafwijking na een periode van zeven dagen ongeveer €0,315 is en bereken daarmee de kans dat een aandeel na zeven dagen afgerond meer dan €0,20 in waarde is gedaald.

**Een verfijnder model**

In een meer verfijnd model wordt er ook rekening mee gehouden dat aandelen die het goed doen in het algemeen steeds duurder worden. De prijstoename bestaat dan uit twee delen. Het ene deel is lineair en het andere deel is een normaal verdeelde toevalsvariabele met gemiddelde 0 en de volatiliteit als standaardafwijking, net als in het eerste model.

De totale prijsverandering  $V$  is volgens dit model normaal verdeeld met verwachtingswaarde  $at$  en standaardafwijking  $\sigma\sqrt{t}$ . Hierbij is  $a$  een vast getal (de toename per dag),  $\sigma$  de volatiliteit en  $t$  het aantal dagen.

**figuur**



In de figuur is de ontwikkeling van de waarde van een aandeel Unilever gedurende een bepaalde periode af te lezen. We nemen aan dat deze ontwikkeling redelijk beschreven wordt door het verfijnde model.

- 3p **16** Bepaal de toename per dag  $a$ , uitgaande van de getekende trendlijn, met behulp van de figuur.

Meneer Specken koopt aandelen Valutex voor €12,36 per stuk. Hij denkt erover om deze aandelen pas over 180 dagen te verkopen. De toename per dag  $a$  van deze aandelen is 0,001. Ga ervan uit dat de volatiliteit van een aandeel Valutex gelijk is aan €0,15.

- 4p **17** Bereken de kans dat de aandelen na 180 dagen minimaal €3,00 in waarde zullen stijgen.